

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur la fréquence propre de l'électron.*

Note de M. LOUIS DE BROGLIE, présentée par M. M. de Broglie.

Dans une théorie des quanta, j'ai été amené à supposer l'existence d'un phénomène périodique lié à tout électron (point matériel). Ce phénomène serait, pour un observateur immobile par rapport à l'électron, répandu dans tout l'espace avec la même phase et posséderait la fréquence $\nu_0 = \frac{m_0 c^2}{h}$.

Il pourrait donc être représenté pour ledit observateur par une fonction de la forme $\varphi(r_0) \cos 2\pi\nu_0 t_0$, t_0 étant le temps propre du mobile et r_0 la distance au centre de l'électron. Pour un second observateur voyant passer le mobile avec une vitesse constante βc , le phénomène serait réparti dans l'espace au point de vue des phases comme une onde plane se propageant dans la même direction avec la vitesse $V = \frac{c}{\beta} > c$ et posséderait la fréquence $\nu = \frac{\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Ces définitions sont incomplètes parce qu'elles ne précisent ni la nature, ni la répartition spatiale du phénomène en question. En particulier, si, comme il est naturel, on lui attribue une nature électromagnétique, on peut se demander comment l'existence de la vitesse $V > c$ est compatible avec le fait que les grandeurs électromagnétiques obéissent dans le vide à l'équation de propagation $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \Delta A$.

Je vais donner un résultat relatif à ces questions, mais auparavant je ferai la remarque suivante : en comparant les expressions données ci-dessus pour V et ν , on voit que le quotient $\frac{c}{V} = n$, analogue à un indice de réfraction que posséderait le vide pour les ondes de l'électron, est égal à $\sqrt{1 - \frac{\nu_0^2}{\nu^2}}$. C'est une sorte d'équation de dispersion.

Considérons maintenant une grandeur électromagnétique A se propageant dans le vide conformément à l'équation $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \Delta A$.

Supposons que les surfaces équiphasés soient à tout instant des plans normaux à une direction que nous prendrons pour axe des z .

A pourra être la partie réelle de l'expression $\varphi(x, y, z, t) e^{2\pi i \nu (t - \frac{z}{V})}$ à

condition que l'on ait

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{4\pi i \nu}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{4\pi^2 \nu^2}{c^2} \varphi = \Delta \varphi - \frac{4\pi^2 \nu^2}{V^2} \varphi - \frac{4\pi i \nu}{V} \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Séparons le réel et l'imaginaire. Il vient d'abord

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{c^2}{V} \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Donc φ ne dépend de t et de z que par la combinaison $u = z - \frac{c^2}{V} t$.

D'autre part, on trouve aussi

$$4\pi^2 \nu^2 \left(\frac{1}{V^2} - \frac{1}{c^2} \right) = \frac{1}{\varphi} \left(\Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right).$$

Désignons par a le second membre de cette égalité. Il vient

$$\frac{c}{V} = n = \sqrt{1 + \frac{ac^2}{4\pi^2 \nu^2}}.$$

Nous pouvons identifier cette expression avec celle qui résulte des considérations rappelées au début, en posant $a = \frac{4\pi^2 \nu_0^2}{c^2}$ et l'on aura $\frac{c}{V} = \beta c$.

Mais alors

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi^2 \nu_0^2}{c^2} \varphi,$$

et comme φ ne dépend que de x, y et u , on trouve aisément

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u^2} (1 - \beta^2) = -\frac{4\pi^2 \nu_0^2}{c^2} \varphi.$$

Faisons un changement de variables, en posant

$$x_0 = x, \quad y_0 = y, \quad z_0 = \frac{u}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{z - \beta ct}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

et écrivons Δ_0 pour $\frac{\partial^2}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_0^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_0^2}$. On obtient

$$\Delta_0 \varphi + \frac{4\pi^2 \nu_0^2}{c^2} \varphi = 0.$$

Or les coordonnées d'indice 0 sont celles qu'emploie pour repérer les points de l'espace un observateur lié à l'électron; pour celui-ci et en raison de la symétrie sphérique de l'électron, la fonction $\varphi(r_0)$ sera donc donnée

par

$$\frac{d^2\varphi}{dr_0^2} + \frac{2}{r_0} \frac{d\varphi}{dr_0} + \frac{4\pi^2\nu_0^2}{c^2} \varphi = 0,$$

dont l'intégrale générale est

$$\varphi(r_0) = \frac{K}{r_0} \cos\left(\frac{2\pi\nu_0 r_0}{c} + \alpha_0\right),$$

K et α_0 étant des constantes. En tenant compte de la transformation du temps quand on passe d'un système à un autre, on trouve ainsi pour la valeur A_0 de la fonction A dans le système de l'électron

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{K}{r_0} \cos\left(\frac{2\pi\nu_0 r_0}{c} + \alpha_0\right) \cos 2\pi\nu_0 t_0 \\ &= \frac{K'}{r_0} \left\{ \cos\left[2\pi\nu_0\left(t_0 + \frac{r_0}{c}\right) + \alpha_0\right] + \cos\left[2\pi\nu_0\left(t_0 - \frac{r_0}{c}\right) - \alpha_0\right] \right\}. \end{aligned}$$

Tout se passe comme s'il y avait superposition d'une onde convergente et d'une onde divergente se propageant avec la vitesse c . Ce résultat pouvait se pressentir et rappelle un peu les analogies hydrodynamiques de Bjerknes; il permettra peut-être de définir plus exactement la grandeur périodique qui paraît intimement liée à l'existence même de la matière. En tout cas, il paraît certain que l'existence d'une vitesse de phase supérieure à c n'est pas incompatible avec l'équation électromagnétique de propagation des ondes.

Rappelons que la fréquence ν_0 est numériquement égale à $1,2 \cdot 10^{20} \text{ sec}^{-1}$ et la longueur d'onde $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$ à $2,5 \cdot 10^{-10} \text{ cm}$.

OPTIQUE. — *Vérification des réflecteurs pour projecteurs d'automobiles.*

Note de M. A. MARSAT, transmise par M. André Blondel.

Les méthodes employées pour la vérification des réflecteurs des projecteurs militaires (1) ne sont pas applicables aux projecteurs d'automobiles

(1) On connaît en particulier la méthode de Tschikolef qui consiste à photographier l'image vue à distance dans le miroir d'un réseau de droites rectangulaires tracées sur un écran blanc et la méthode décrite par M. REY (*Comptes rendus*, t. 117, 1893, p. 329), qui consiste à projeter sur un écran blanc les ombres d'un quadrillage constitué par des fils tendus et éclairés par le faisceau du projecteur, éclairé par le cratère d'un petit arc électrique.