PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 21. | 1. November 1909. | 10. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 22 am 23. Oktober 1909.

INHALT.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur elektromagnetischen Mechanik.

Von Max Abraham.

Herr G. Nordström[1]) hat in dieser Zeitschrift auf einige Unterschiede hingewiesen, welche zwischen dem von mir aufgestellten Systeme der Elektrodynamik bewegter Körper[2]) und gewissen Ansätzen der Minkowskischen Mechanik[3]) bestehen. Ich nehme Gelegenheit, auf das von Herrn Nordström aufgestellte Problem, sowie auf einige mit ihm in Verbindung stehende Fragen der elektromagnetischen Mechanik einzugehen.

Falls Dielektrizitätskonstante und magnetische Permeabilität des Körpers — wie in dem von Herrn Nordström behandelten Falle — beide gleich eins angenommen werden, so gelten für die elektromagnetischen Spannungen die bekannten Ausdrücke, welche, rationelle Einheiten vorausgesetzt, lauten:

$$\left.\begin{aligned} X_x &= \frac{1}{2}(\mathfrak{E}_x^2-\mathfrak{E}_y^2-\mathfrak{E}_z^2)+\frac{1}{2}(\mathfrak{H}_x^2-\mathfrak{H}_y^2-\mathfrak{H}_z^2),\\ Y_y &= \frac{1}{2}(\mathfrak{E}_y^2-\mathfrak{E}_z^2-\mathfrak{E}_x^2)+\frac{1}{2}(\mathfrak{H}_y^2-\mathfrak{H}_z^2-\mathfrak{H}_x^2),\\ Z_z &= \frac{1}{2}(\mathfrak{E}_z^2-\mathfrak{E}_x^2-\mathfrak{E}_y^2)+\frac{1}{2}(\mathfrak{H}_z^2-\mathfrak{H}_x^2-\mathfrak{H}_y^2); \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} X_y &= Y_x = \mathfrak{E}_x\mathfrak{E}_y + \mathfrak{H}_x\mathfrak{H}_y,\\ Y_z &= Z_y = \mathfrak{E}_y\mathfrak{E}_z + \mathfrak{H}_y\mathfrak{H}_z,\\ Z_x &= X_z = \mathfrak{E}_z\mathfrak{E}_x + \mathfrak{H}_z\mathfrak{H}_x. \end{aligned}\right\} \quad (1\text{a})$$

Ferner sind elektromagnetischer Energiestrom ($\mathfrak{S}$) und elektromagnetische Impulsdichte ($\mathfrak{g}$) beide bestimmt durch den Vektor

$$\mathfrak{s} = \mathfrak{S}/c = c\mathfrak{g} = [\mathfrak{E}\mathfrak{H}], \quad (1\text{b})$$

und endlich ist die Energiedichte:

$$\psi = \frac{1}{2}\mathfrak{E}^2 + \frac{1}{2}\mathfrak{H}^2. \quad (1\text{c})$$

Führt man, mit Minkowski, statt der Zeit t die Variable

$$u = ict \quad (2)$$

als vierte Raumkoordinate ein, und betrachtet die Gruppe der orthogonalen „allgemeinen Lorentzschen Transformation", welche den Ausdruck

$$x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \quad (2\text{a})$$

ungeändert lassen, so findet man, daß sich die zehn Größen:

$$\left.\begin{aligned} &X_x,\ Y_y,\ Z_z;\ X_y = Y_x,\ Y_z = Z_y,\ Z_x = X_z;\\ &X_u = U_x = -i\mathfrak{s}_x,\ Y_u = U_y = -i\mathfrak{s}_y,\\ &Z_u = U_z = -i\mathfrak{s}_z;\ U_u = \psi, \end{aligned}\right\} \quad (2\text{b})$$

transformieren wie die Quadrate und die Produkte:

$$x^2,\ y^2,\ z^2;\ xy,\ yz,\ zx;\ xu,\ yu,\ zu;\ u^2$$

der vier Koordinaten.

Wie das System der sechs Spannungskomponenten durch deren Verhalten bei den Drehungen des dreidimensionalen Raumes als (dreidimensionaler) Tensor oder „Tensortripel" gekennzeichnet ist, so wird man, im Sinne Minkowskis, das obige System der zehn Größen, entsprechend deren Verhalten bei den Drehungen des vierdimensionalen Raumes, als vierdimensionalen Tensor oder „Tensorquadrupel" bezeichnen.

Nach H. A. Lorentz leitet sich nun die an der Volumeinheit eines bewegten Körpers angreifende ponderomotorische Kraft des elektromagnetischen Feldes ab aus den „Impulsgleichungen"

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{K}_x &= \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{g}_x}{\partial t},\\ \mathfrak{K}_y &= \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{g}_y}{\partial t},\\ \mathfrak{K}_z &= \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{g}_z}{\partial t}, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

während die Summe von Joulescher Wärme (Q) und Arbeit jener Kraft sich aus der „Energiegleichung" ergibt:

$$Q + (\mathfrak{w}\mathfrak{K}) = -\frac{\partial \mathfrak{S}_x}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{S}_y}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{S}_z}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad (3\text{a})$$

Setzt man, indem man die Geschwindigkeit $\mathfrak{w}$ auf die Lichtgeschwindigkeit c als Einheit bezieht,

1) G. Nordström, diese Zeitschr. 10, 681, 1909.

2) M. Abraham, Rendiconti del circolo matematico di Palermo, 28, 1909.

3) H. Minkowski, Gött. Nachr. 1908.

$$\mathfrak{w} = c\mathfrak{q}, \tag{3b}$$

und ferner

$$\mathfrak{K}_u = i\left\{\frac{Q}{c} + (\mathfrak{q}\mathfrak{K})\right\}, \tag{3c}$$

so kann man, unter Verwendung der in (2b) angegebenen Bezeichnungen, die Impulsgleichungen (3) und die Energiegleichung (3a) zusammenfassen in das System der vier Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{K}_x &= \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial_y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} + \frac{\partial X_u}{\partial u},\\
\mathfrak{K}_y &= \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} + \frac{\partial Y_u}{\partial u},\\
\mathfrak{K}_z &= \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} + \frac{\partial Z_u}{\partial u},\\
\mathfrak{K}_u &= \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{\partial U_u}{\partial u}.
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Nun transformieren sich bei den Drehungen des vierdimensionalen Raumes die Operationszeichen $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{\partial u}$ wie die Komponenten x_1, y_1, z_1, u_1 eines vierdimensionalen Vektors (erster Art), während die dem skalaren Produkte entsprechende Verbindung der Komponenten zweier solcher Vektoren:

$$x_1 x + y_1 y + z_1 z + u_1 u$$

eine Invariante (vierdimensionaler Skalar) ist. Es folgt, daß die durch die Gleichungen (4) aus dem vierdimensionalen Tensor abgeleiteten vier Größen $\mathfrak{K}_x$, $\mathfrak{K}_y$, $\mathfrak{K}_z$, $\mathfrak{K}_u$ die Komponenten eines vierdimensionalen Vektors (erster Art) sind.

Wir wenden diesen Satz an auf die „spezielle Lorentzsche Transformation":

$$\left.\begin{aligned}\varkappa x' &= x + i\beta u\\ \varkappa u' &= u - i\beta x\end{aligned}\right\}\ \varkappa = \sqrt{1-\beta^2}. \tag{5}$$

Genau so, wie die Koordinaten (x, u), transformieren sich, beim Übergange vom Bezugssysteme Σ zu Σ', die Komponenten $\mathfrak{K}_x$, $\mathfrak{K}_u$:

$$\left.\begin{aligned}\varkappa\mathfrak{K}_x' &= \mathfrak{K}_x + i\beta\mathfrak{K}_u,\\ \varkappa\mathfrak{K}_u' &= \mathfrak{K}_u - i\beta\mathfrak{K}_x.\end{aligned}\right\} \tag{5a}$$

Umgekehrt erhält man

$$\left.\begin{aligned}\varkappa\mathfrak{K}_x &= \mathfrak{K}_x' - i\beta\mathfrak{K}_u',\\ \varkappa\mathfrak{K}_u &= \mathfrak{K}_u' + i\beta\mathfrak{K}_x'.\end{aligned}\right\} \tag{5b}$$

Der betrachtete Körper mag in Σ' ruhen. In Σ hat er dann die konstante Geschwindigkeit $c\beta$ parallel der x-Achse. Gemäß (3c) ist

$$\mathfrak{K}_u = i\frac{Q}{c} + i\beta\mathfrak{K}_x,$$

$$\mathfrak{K}_u' = i\frac{Q'}{c}.$$

Aus (5a) folgt somit:

$$Q = \varkappa Q', \tag{6}$$

und aus (5b):

$$\varkappa\mathfrak{K}_x = \mathfrak{K}_x' + \frac{\beta Q'}{c}. \tag{7}$$

Die beiden letzten Gleichungen ermöglichen es, die Kraft und Wärme in Σ anzugeben, wenn Kraft und Wärme in dem System Σ', in welchem der Körper ruht, bekannt sind.

Bei der von Herrn Nordström zur Diskussion gestellten Aufgabe handelt es sich um eine Platte, welche parallel der z-Achse von Gleichstrom durchflossen ist. In dem Bezugssystem Σ', in dem die Platte ruht, sind die Feldkomponenten:

$$\mathfrak{E}_x' = 0, \quad \mathfrak{E}_y' = 0, \quad \mathfrak{E}_z' = \frac{\mathfrak{i}_z'}{\sigma};$$

$$\mathfrak{H}_x' = 0, \quad \mathfrak{H}_y' = \frac{x'\mathfrak{i}_z'}{c}, \quad \mathfrak{H}_z' = 0.$$

Aus (1) ergeben sich die Werte der Normalspannungen:

$$X_x' = -\frac{1}{2}\frac{\mathfrak{i}_z'^2}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\frac{x'^2\mathfrak{i}_z'^2}{c^2},$$

$$Y_y' = -\frac{1}{2}\frac{\mathfrak{i}_z'^2}{\sigma^2} + \frac{1}{2}\frac{x'^2\mathfrak{i}_z'^2}{c^2},$$

$$Z_z' = +\frac{1}{2}\frac{\mathfrak{i}_z'^2}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\frac{x'^2\mathfrak{i}_z'^2}{c^2}.$$

Nach (1a) sind alle drei Schubspannungen gleich Null; nach (1b) hat man

$$\mathfrak{S}_x' = -\frac{x'\mathfrak{i}_z'^2}{\sigma c}, \quad \mathfrak{S}_y' = \mathfrak{S}_z' = 0.$$

Von y' und z' sind die in Frage kommenden Größen unabhängig, ebenso von u', d. h. von t', da ja das Feld in Σ' ein stationäres ist. Aus (4) folgt mithin:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{K}_x' &= \frac{\partial X_x'}{\partial x'} = -\frac{x'\mathfrak{i}_z'^2}{c^2},\\ \mathfrak{K}_u' &= \frac{\partial U_x'}{\partial x'} = -i\frac{\partial\mathfrak{S}_x'}{\partial x'} = i\frac{\mathfrak{i}_z'^2}{\sigma c}.\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Es ist also, nach (3c), die in Σ' entwickelte Joulesche Wärme

$$Q' = \frac{\mathfrak{i}_z'^2}{\sigma}, \tag{8a}$$

wie auch ohnedies bekannt ist.

Der Übergang zu dem System Σ, d. h. zu der in Richtung der x-Achse mit der Geschwindigkeit $c\beta$ bewegten Platte, geschieht nun auf Grund von (6) und (7). Es ist in Σ die in Raum- und Zeiteinheit entwickelte Joulesche Wärme:

$$Q = \varkappa Q' = \frac{\mathfrak{i}_z'^2}{\sigma}\cdot\sqrt{1-\beta^2}, \tag{9}$$

und die an der Volumeinheit angreifende Kraft des elektromagnetischen Feldes:

$$\mathfrak{K}_x = -\frac{x'\mathfrak{i}_z'^2}{c^2\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{\beta Q}{c(1-\beta^2)}. \tag{9a}$$

Herr Nordström berechnet die auf die Flächeneinheit der Platte im ganzen wirkende Kraft; dabei fällt das erste Glied weg, und nur das zweite bleibt übrig. Es stimmt mit dem hier auf anderem Wege erhaltenen überein.

Doch mögen an jenen ersten Term des Kraftausdruckes noch einige Bemerkungen geknüpft werden. Er tritt, wie auch aus (8) hervorgeht, bereits im Falle der Ruhe auf. In einem ruhenden festen Körper wirkend, wird die elektromagnetische Kraft $\mathfrak{K}_x'$ mechanische Spannungen hervorrufen, deren ponderomotorische Kraft sie kompensiert. Denn es müssen sich an jedem Volumelement des ruhenden Körpers die elektromagnetischen und die mechanischen Kräfte das Gleichgewicht halten. Versteht man jetzt unter $\mathfrak{K}_x'$ nicht die elektromagnetische Kraft, sondern die Resultierende der elektromagnetischen und mechanischen Kraft, so muß sein:

$$\mathfrak{K}_x' = 0. \tag{10}$$

Was den Wert von $\mathfrak{K}_u'$ anbelangt, so wird dieser durch die hinzukommenden mechanischen Kräfte nicht geändert, da deren Bestehen in dem ruhenden Körper nicht von einer Wärmeentwickelung begleitet ist.

Die soeben erwähnten mechanischen Kräfte sind vom Standpunkte des Relativitätsprinzipes bisher nur wenig diskutiert worden. Offenbar verlangt das Relativitätsprinzip, daß für die mechanischen Kräfte dieselben Transformationsgesetze gelten, wie für die elektromagnetischen, d. h. daß die vier Größen, welche Kraft und Arbeit bestimmen, sich bei den Drehungen des vierdimensionalen Raumes wie die Komponenten eines vierdimensionalen Vektors (erster Art) transformieren. Diese Forderung würde am einfachsten durch die Annahme sich erfüllen lassen, daß die mechanischen Spannungen, der mechanische Energiestrom und Impuls, und die mechanische Energiedichte durch ein System von zehn Größen bestimmt sind, welche einen vierdimensionalen Tensor bilden. Es müßte dann unter anderen die Beziehung zwischen Energiestrom und Impulsdichte, welche gemäß der Lorentzschen Elektrodynamik für das elektromagnetische Feld im Vakuum besteht:

$$c^2 \mathfrak{g} = \mathfrak{S},$$

auch zwischen mechanischer Impulsdichte und Energiestrom Geltung haben. Es ist dieses eine Behauptung, die Herr M. Planck auf der vorjährigen Naturforscherversammlung in Cöln aufgestellt hat [1]; es soll der Energiestrom, welcher durch eine starre kinematische Verbindung übertragen wird, eine solche Bewegungsgröße besitzen. Durch Berücksichtigung dieses Teiles der Bewegungsgröße werden gewisse Schwierigkeiten, welche der Relativitätstheorie des Elektrons erwachsen, wenn auch nicht behoben, so doch auf die Begründung jener behaupteten Beziehung zurückgeführt.

Wie dem nun auch sei, so wird, wenn die mechanischen Komponenten von Kraft und Arbeit sich ebenso transformieren, wie die ihnen entsprechenden elektromagnetischen Größen, für das resultierende Größensystem dasselbe gelten.

1) Diese Zeitschr. 9, 828, 1908.

Es werden also die resultierenden Werte von $\mathfrak{K}_x$, $\mathfrak{K}_u$ sich beim Übergange von Σ' zu Σ den Formeln (5b) gemäß transformieren. Es bleibt demnach für die Wärmeentwickelung die Relation (6) bestehen, während (7) infolge von (10) ergibt:

$$\mathfrak{K}_x = \frac{\beta Q}{c(1-\beta^2)}. \tag{10a}$$

Es ist somit auch für die einzelnen Volumelemente der erste Term von (9a), durch Berücksichtigung der mechanischen Kräfte, fortgefallen. Aber der zweite Term bleibt bestehen; er stellt eine in Richtung der Bewegung fallende Kraft dar, die der Geschwindigkeit und der entwickelten Jouleschen Wärme proportional ist. Ist das Bestehen dieser Kraft mit dem Prinzip der Relativität vereinbar?

In der auf dem Relativitätsprinzip fußenden Mechanik lautet der Impulssatz:

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{m_0 c \mathfrak{q}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}\right\} = \mathfrak{K}\, dv. \tag{11}$$

Dabei ist m_0 die „Ruhmasse" der Materie, welche zur Zeit t das Volumelement dv erfüllt.

Minkowski nimmt nun in seiner Mechanik an, daß die Ruhmasse der Materie konstant sei. Unter dieser Voraussetzung würde offenbar das Bestehen der obigen Kraft bei gleichförmiger Bewegung nicht mit der Beziehung (11) zu vereinbaren sein; es bleibt dann kein anderer Ausweg, als eine Änderung in der Definition der elektromagnetischen Kraft. Minkowski ersetzt denn auch die aus der Impulsgleichung (3) abgeleitete ponderomotorische Kraft durch

$$\mathfrak{K} + \frac{\Phi \mathfrak{q}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}},$$

wobei Φ die Bedeutung hat:

$$\Phi = \frac{\mathfrak{q}_x \mathfrak{K}_x + \mathfrak{q}_y \mathfrak{K}_y + \mathfrak{q}_z \mathfrak{K}_z + i\mathfrak{K}_u}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}.$$

Mit Rücksicht auf (3c) ist somit

$$\Phi = -\frac{Q}{c\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}$$

und es beträgt die Minkowskische Zusatzkraft

$$-\frac{\mathfrak{q} Q}{c(1-\mathfrak{q}^2)}. \tag{12}$$

Diese der Minkowskischen Mechanik eigentümliche Zusatzkraft ist demnach so bemessen, daß sie die Kraft (10a) gerade aufhebt.

Indessen erweist sich die Einführung dieser Zusatzkraft eben nur dann als notwendig, wenn man die „Ruhmasse" der Materie als unveränderlich ansieht. Man hat sich jedoch in der elektromagnetischen Mechanik bereits daran gewöhnt, die Masse als veränderliche Größe zu betrachten, und von A. Einstein und M. Planck ist gerade eine Änderung der Masse mit dem Energieinhalt der Materie angenommen worden. Sieht man m_0 als zeitlich variabel an, so folgt aus (11) bei gleichförmiger Bewegung

$$\frac{c\mathfrak{q}}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}\frac{dm_0}{dt}=\mathfrak{K}dv=\frac{\mathfrak{q}Qdv}{c(1-\mathfrak{q}^2)}.$$

Es müßte also die zeitliche Änderung der Ruhmasse betragen:

$$\frac{dm_0}{dt}=\frac{Qdv}{c^2\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}. \tag{13}$$

Ist nun μ_0 die „Ruhmassendichte", d. h.

$$m_0=\mu_0\,dv_0,$$

so kann man, wegen

$$dv=dv_0\cdot\sqrt{1-\mathfrak{q}^2},$$

auch schreiben:

$$\frac{d\mu_0}{dt}=\frac{Q}{c^2}. \tag{13a}$$

Demnach kann man die Minkowskische Zusatzkraft entbehren, wenn man annimmt, daß die Entwickelung Joulescher Wärme in dem betreffenden Volumelement von einer Änderung der Ruhmassendichte begleitet ist.

Daß die Minkowskische Zusatzkraft mit Rücksicht auf die Energiegleichung gewisse Schwierigkeiten bereitet, hat Herr Nordström bereits erwähnt.

Bezeichnet man die an der Einheit der Ladung angreifende elektromagnetische Kraft mit $\mathfrak{F}$, so findet man auf Grund von (3) und (3a) für die Joulesche Wärme den Ausdruck:

$$Q=(\mathfrak{i}\mathfrak{F}); \tag{14}$$

es stellt sich dann die in der Raum- und Zeiteinheit erzeugte Joulesche Wärme dar als skalares Produkt aus der Dichte des Leitungsstromes und der an der Einheit der Ladung angreifenden elektromagnetischen Kraft. Dieser Ausdruck für die Joulesche Wärme wird schon durch die Äquivalenz von Konvektionsstrom und Leitungsstrom nahegelegt. Auf der linken Seite der Energiegleichung (3a) tritt der reversiblen Arbeit der elektromagnetischen Kraft beim Konvektionsstrom die irreversible Arbeit beim Leitungsstrom gegenüber.

Wird jedoch die Minkowskische Zusatzkraft (12) hinzugefügt, die in der Zeiteinheit die Arbeit

$$-\frac{\mathfrak{q}^2Q}{(1-\mathfrak{q}^2)}$$

leistet, so ist diese Arbeit auf der linken Seite der Energiegleichung im Arbeitsgliede in Rechnung zu stellen; soll diese Gleichung ihre Gültigkeit bewahren, so muß der gleiche Betrag vom Wärmegliede abgezogen werden. Das heißt, in der Minkowskischen Mechanik ist der Ausdruck für die Joulesche Wärme nicht durch (14) gegeben, sondern durch

$$Q_m=Q+\frac{\mathfrak{q}^2Q}{1-\mathfrak{q}^2}=\frac{(\mathfrak{i}\mathfrak{F})}{1-\mathfrak{q}^2}. \tag{14a}$$

Es erscheint kaum möglich, das Auftreten eines Geschwindigkeitsfaktors mit den Vorstellungen zu vereinbaren, die man sich vom Zustandekommen des Leitungsstromes macht.

Wir können das Ergebnis unserer Darlegung dahin zusammenfassen, daß man zwischen zwei Möglichkeiten zu wählen hat:

Entweder man nimmt die Ruhmasse der Materie als unveränderlich an. Dann hat man den Impulssatz (3) aufzugeben, und der durch ihn bestimmten ponderomotorischen Kraft die Minkowskische Zusatzkraft (12) hinzuzufügen. Die Joulesche Wärme ist dann, statt durch (14), durch (14a) zu definieren.

Oder man legt der Definition der ponderomotorischen Kraft den Impulssatz (3) zugrunde. Dann gilt für die Joulesche Wärme der Ausdruck (14). Eine Entwickelung von Joulescher Wärme ist dann von einer der Gl. (13a) entsprechenden Zunahme der Ruhmasse begleitet.

Beide Auffassungen sind im Einklang mit dem Postulat der Relativität. Eine experimentelle Entscheidung zwischen ihnen erscheint einstweilen nicht möglich. Es ist daher die Wahl, die man trifft, zum Teil eine Sache des persönlichen Geschmackes. Doch gehe ich wohl nicht fehl, wenn ich annehme, daß die Mehrzahl derjenigen Physiker, welche die Entwickelung der Elektrodynamik verfolgt haben, die zweite Auffassung bevorzugen wird.

In der Abhandlung in den „Rendiconti del circolo matematico di Palermo", auf welche Herr Nordström Bezug nimmt, habe ich die Elektrodynamik bewegter Körper für den allgemeinen Fall beliebiger Dielektrizitätskonstante und Permeabilität dargestellt; ich habe dabei die Theorien von H. Hertz, E. Cohn, H. A. Lorentz und H. Minkowski herangezogen; jede dieser Theorien kennzeichne ich durch die Beziehungen, durch welche sie die elektrische und magnetische Erregung mit der elektrischen und magnetischen Kraft verknüpft. Sind diese Beziehungen gegeben, so folgen aus dem dort entwickelten Systeme die Ausdrücke der Spannungen, der Impulsdichte, des Energiestromes und der Energiedichte, damit auch der ponderomotorischen Kraft und Arbeit. Für die Joulesche Wärme wird dabei die Gl. (14) als allgemein gültig angesehen.

Die Anwendung jenes Systems auf die Minkowskische Elektrodynamik ergibt, daß auch in dem allgemeinen Falle sich die Größen

$$X_x,\; X_y,\; \ldots\ldots\ldots U_u$$

wie die Komponenten eines vierdimensionalen Tensors transformieren, daß insbesondere die Symmetriebeziehungen

$$X_y=Y_x,\quad Y_z=Z_y,\quad Z_x=X_z;$$
$$\mathfrak{S}_x=c^2\mathfrak{g}_x,\quad \mathfrak{S}_y=c^2\mathfrak{g}_y,\quad \mathfrak{S}_z=c^2\mathfrak{g}_z$$

erfüllt sind. Hierin liegt eine weitere Abweichung von Minkowskis Ansätzen, welche diesen

Symmetriebedingungen, im allgemeinen Falle nicht genügen.

Die obigen Betrachtungen lassen sich nun ganz unverändert auf Körper beliebiger Dielektrizitätskonstante und Permeabilität übertragen. Auch hier sieht man sich, wenn man auf dem Standpunkte des Relativitätsprinzipes steht, vor die Wahl gestellt, entweder die Minkowskische Zusatzkraft (12) oder die Änderung (13a) der trägen Masse bei Joulescher Wärmeentwickelung anzunehmen.

Wolkenstein im Grödner Tal, Sept. 1909.

(Eingegangen 13. September 1909.)