6. *Über die im elektromagnetischen Felde auf ruhende Körper ausgeübten ponderomotorischen Kräfte;*
von A. Einstein und J. Laub.

In einer kürzlich erschienenen Abhandlung[1]) hat Hr. Minkowski einen Ausdruck für die auf beliebig bewegte Körper wirkenden ponderomotorischen Kräfte elektromagnetischen Ursprunges angegeben. Spezialisiert man die Minkowskischen Ausdrücke auf ruhende, isotrope und homogene Körper, so erhält man für die X-Komponente der auf die Volumeneinheit wirkenden Kraft:

$$K_x = \varrho\, \mathfrak{E}_x + \mathfrak{s}_y\, \mathfrak{B}_z - \mathfrak{s}_z\, \mathfrak{B}_y, \tag{1}$$

wobei ϱ die elektrische Dichte, $\mathfrak{s}$ den elektrischen Leitungsstrom, $\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke, $\mathfrak{B}$ die magnetische Induktion bedeuten. Dieser Ausdruck scheint uns aus folgenden Gründen mit dem elektronentheoretischen Bild nicht in Einklang zu stehen: Während nämlich ein von einem elektrischen Strom (Leitungsstrom) durchflossener Körper im Magnetfeld eine Kraft erleidet, wäre dies nach Gleichung (1) nicht der Fall, wenn der im Magnetfeld befindliche Körper statt von einem Leitungsstrom von einem Polarisationsstrom $(\partial\, \mathfrak{D} / \partial\, t)$ durchsetzt wird. Nach Minkowski besteht also hier ein prinzipieller Unterschied zwischen einem Verschiebungsstrom und einem Leitungsstrom derart, daß ein Leiter nicht betrachtet werden kann als ein Dielektrikum von unendlich großer Dielektrizitätskonstante.

Angesichts dieser Sachlage schien es uns von Interesse zu sein, die ponderomotorischen Kräfte für beliebige magnetisierbare Körper auf elektronentheoretischem Wege abzuleiten. Wir geben im folgenden eine solche Ableitung, wobei wir uns aber auf ruhende Körper beschränken.

---

1) H. Minkowski, Gött. Nachr. 1908. p. 45.

§ 1. Kräfte, welche nicht von Geschwindigkeiten der Elementarteilchen abhängen.

Wir wollen uns bei der Ableitung konsequent auf den Standpunkt der Elektronentheorie stellen[1]); wir setzen also:

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{E} + \mathfrak{P}, \tag{2}$$

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + \mathfrak{Q}, \tag{3}$$

wobei $\mathfrak{P}$ den elektrischen, $\mathfrak{Q}$ den magnetischen Polarisationsvektor bedeutet. Die elektrische bzw. die magnetische Polarisation denken wir uns bestehend in räumlichen Verschiebungen von an Gleichgewichtslagen gebundenen, elektrischen bzw. magnetischen Massenteilchen von Dipolen. Außerdem nehmen wir noch das Vorhandensein von nicht an Dipole gebundenen, beweglichen elektrischen Teilchen (Leitungselektronen) an. In dem Raume zwischen den genannten Teilchen mögen die Maxwellschen Gleichungen für den leeren Raum gelten, und es seien, wie bei Lorentz, *die Wechselwirkungen zwischen Materie und elektromagnetischem Felde ausschließlich durch diese Teilchen bedingt.* Dementsprechend nehmen wir an, daß die vom elektromagnetischen Felde auf das Volumenelement der Materie ausgeübten Kräfte gleich sind der Resultierenden der ponderomotorischen Kräfte, welche von diesem Felde auf alle in dem betreffenden Volumenelement befindlichen elektrischen und magnetischen Elementarteilchen ausgeübt werden. Unter Volumenelement der Materie verstehen wir stets einen so großen Raum, daß er eine sehr große Zahl von elektrischen und magnetischen Teilchen enthält. Die Grenzen eines betrachteten Volumenelementes muß man sich ferner stets so genommen denken, daß die Grenzfläche keine elektrische bzw. magnetische Dipole schneidet.

Wir berechnen zunächst diejenige auf einen elektrischen Dipol wirkende Kraft, welche daher herrührt, daß die Feldstärke $\mathfrak{E}$ an den Orten, an welchen sich die Elementarmassen des Dipols befinden, nicht genau dieselbe ist. Bezeichnet man

1) Der einfacheren Darstellung halber halten wir aber an der dualen Behandlung der elektrischen und magnetischen Erscheinungen fest.

mit $\mathfrak{p}$ den Vektor des Dipolmomentes, so erhält man für die X-Komponente der gesuchten Kraft den Ausdruck:

$$\mathfrak{f}_x = \mathfrak{p}_x \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial x} + \mathfrak{p}_y \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y} + \mathfrak{p}_z \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial z}.$$

Denkt man sich den letzten Ausdruck für alle Dipole in der Volumeneinheit gebildet und summiert, so erhält man unter Berücksichtigung der Beziehung:

$$\sum \mathfrak{p} = \mathfrak{P}$$

die Gleichung:

(4) $$\mathfrak{F}_{1x} = \left\{\mathfrak{P}_x \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial x} + \mathfrak{P}_y \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y} + \mathfrak{P}_z \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial z}\right\}.$$

Wenn die algebraische Summe der positiven und negativen Leitungselektronen nicht verschwindet, dann kommt zum Ausdruck (4) noch ein Term hinzu, den wir nun berechnen wollen. Die X-Komponente der auf ein Leitungselektron von der elektrischen Masse e wirkenden ponderomotorischen Kraft ist $e\,\mathfrak{E}_x$. Summiert man über alle Leitungselektronen der Volumeneinheit, so erhält man:

(5) $$\mathfrak{F}_{2x} = \mathfrak{E}_x \sum e.$$

Denkt man sich die betrachtete in der Volumeneinheit befindliche Materie von einer Fläche umschlossen, welche keine Dipole schneidet, so erhält man nach dem Gaussschen Satz und nach der Definition des Verschiebungsvektors $\mathfrak{D}$:

$$\sum e = \operatorname{div} \mathfrak{D},$$

so daß

(5a) $$\mathfrak{F}_{2x} = \mathfrak{E}_x \operatorname{div} \mathfrak{D}$$

wird. Die X-Komponente der von der elektrischen Feldstärke auf die Volumeneinheit der Materie ausgeübten Kraft ist daher gleich:

(6) $$\mathfrak{F}_{e_x} = \mathfrak{F}_{1x} + \mathfrak{F}_{2x} = \mathfrak{P}_x \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial x} + \mathfrak{P}_y \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y} + \mathfrak{P}_z \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial z} + \mathfrak{E}_x \operatorname{div} \mathfrak{D}.$$

Analog erhalten wir unter Berücksichtigung der Beziehung

$$\operatorname{div} \mathfrak{B} = 0$$

für die X-Komponente der von der magnetischen Feldstärke gelieferten Kraft:

(7) $$\mathfrak{F}_{mx} = \left\{\mathfrak{Q}_x \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial x} + \mathfrak{Q}_y \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y} + \mathfrak{Q}_z \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial z}\right\}.$$

Es ist zu bemerken, daß für die Herleitung der Ausdrücke (6) und (7) keinerlei Voraussetzung gemacht werden muß über die Beziehungen, welche die Feldstärken $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ mit den Polarisationsvektoren $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Q}$ verbinden.

Hat man es mit anisotropen Körpern zu tun, so liefern die elektrische bzw. die magnetische Feldstärke nicht nur eine Kraft, sondern auch Kräftepaare, welche sich auf die Materie übertragen. Das gesuchte Drehmoment ergibt sich leicht für die einzelnen Dipole und Summation über alle elektrischen und magnetischen Dipole in der Volumeneinheit. Man erhält:

$$\mathfrak{L} = \{[\mathfrak{P}\,\mathfrak{E}] + [\mathfrak{Q}\,\mathfrak{H}]\}. \tag{8}$$

Die Formel (6) liefert diejenigen ponderomotorischen Kräfte, welche bei elektrostatischen Problemen eine Rolle spielen. Wir wollen diese Gleichung für den Fall, daß es sich um isotrope Körper handelt, so umformen, daß sie einen Vergleich gestattet mit demjenigen Ausdrucke für die ponderomotorischen Kräfte, wie er in der Elektrostatik angegeben wird. Setzen wir

$$\mathfrak{P} = (\varepsilon - 1)\,\mathfrak{E},$$

so geht die Gleichung (6) über in:

$$\mathfrak{F}_{e_x} = \mathfrak{E}_x \operatorname{div} \mathfrak{D} - \frac{1}{2}\,\mathfrak{E}^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon - 1)\,\mathfrak{E}^2.$$

Die ersten beiden Glieder dieses Ausdruckes sind identisch mit den aus der Elektrostatik bekannten. Das dritte Glied ist, wie man sieht, von einem Potential ableitbar. Handelt es sich um Kräfte, die auf einen im Vakuum befindlichen Körper wirken, so liefert das Glied bei Integration über den Körper keinen Beitrag. Handelt es sich aber um die ponderomotorische Wirkung auf Flüssigkeiten, so wird der dem dritten Glied entsprechende Anteil der Kraft bei Gleichgewicht durch eine Druckverteilung in der Flüssigkeit kompensiert.

§ 2. Kräfte, welche von den Geschwindigkeiten der Elementarteilchen abhängen.

Wir gehen jetzt über zu demjenigen Anteile der ponderomotorischen Kraft, welcher durch die Bewegungsgeschwindigkeiten der Elementarladungen geliefert wird.

Wir gehen aus vom Biot-Savartschen Gesetz. Auf ein stromdurchflossenes Volumenelement, welches sich in einem magnetischen Felde befindet, wirkt erfahrungsgemäß pro Volumeneinheit die Kraft:

$$\frac{1}{c}[\mathfrak{s}\,\mathfrak{H}],$$

falls die betrachtete, stromdurchflossene Materie nicht magnetisch polarisierbar ist. Für das Innere von magnetisch polarisierbaren Körpern wurde, soviel uns bekannt ist, bis jetzt jene Kraft gleich [1])

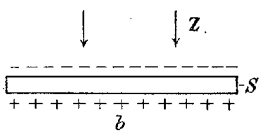
$$\frac{1}{c}[\mathfrak{s}\,\mathfrak{B}]$$

gesetzt, wobei $\mathfrak{B}$ die magnetische Induktion bedeutet. Wir wollen nun zeigen, daß *auch* im Falle, daß das stromdurchflossene Material *magnetisch polarisierbar ist,* die auf das stromdurchflossene Volumenelement wirkende Kraft erhalten wird, wenn man zu der durch die Gleichung (7) ausgedrückten Kraft noch die Volumenkraft:

$$\mathfrak{F}_s = \frac{1}{c}[\mathfrak{s}\,\mathfrak{H}] \tag{9}$$

hinzufügt. Wir wollen dies zuerst an einem einfachen Beispiel anschaulich machen.

Der unendlich dünne im Querschnitt gezeichnete Streifen S erstrecke sich senkrecht zur Papierebene nach beiden Seiten ins Unendliche. Er bestehe aus magnetisch polarisierbarem Material und befinde sich in einem homogenen Magnetfelde $\mathfrak{H}_a$, dessen Richtung durch die Pfeile (vgl. Figur) angedeutet ist. Wir fragen nach der auf den Materialstreifen wirkenden Kraft, falls derselbe von einem Strome i durchflossen ist.



Die Erfahrung lehrt, daß diese Kraft von der magnetischen Permeabilität des Leitermateriales unabhängig ist, und man schloß daraus, daß es nicht die Feldstärke $\mathfrak{H}$, sondern die magnetische Induktion $\mathfrak{B}_i$ sein müsse, welche für die pondero-

1) Vgl. z. B. auch M. Abraham, Theorie der Elektrizität 2. p. 319. 1905.

motorische Kraft maßgebend ist, denn im Innern des Streifens ist die magnetische Induktion $\mathfrak{B}_i$ gleich der außerhalb des Streifens wirkenden Kraft $\mathfrak{H}_a$, unabhängig von dem Werte der Permeabilität des Streifens, während die im Innern des Streifens herrschende Kraft $\mathfrak{H}_i$ bei gegebenem äußeren Felde von μ abhängt. Dieser Schluß ist aber nicht stichhaltig, weil die ins Auge gefaßte ponderomotorische Kraft nicht die einzige ist, welche auf unseren Materialstreifen wirkt. Das äußere Feld $\mathfrak{H}_a$ induziert nämlich auf der Oberseite und Unterseite des Materialstreifens magnetische Belegungen von der Dichte[1]): $\mathfrak{H}_a(1 - 1/\mu)$, und zwar auf der Oberseite eine negative, auf der Unterseite eine positive Belegung. Auf jede dieser Belegungen wirkt eine von dem im Streifen fließenden Strom erzeugte Kraft von der Stärke $\mathfrak{i}/2b$ pro Längeeinheit des Streifens[2]), welche magnetische Kraft an der Oberseite und Unterseite verschieden gerichtet ist. Die so resultierenden ponderomotorischen Kräfte addieren sich, so daß wir die ponderomotorische Kraft erhalten: $(1 - 1/\mu)\mathfrak{H}_a\mathfrak{i}$. Diese Kraft scheint bis jetzt nicht berücksichtigt worden zu sein.

Die auf die Längeeinheit unseres Streifens im ganzen ausgeübte Kraft ist nun gleich der Summe der soeben berechneten und der auf die Volumenelemente des Streifens infolge des Stromdurchganges im Magnetfeld wirkenden Kraft R. Da die gesamte auf die Längeeinheit wirkende ponderomotorische Kraft erfahrungsgemäß gleich $\mathfrak{i}\,\mathfrak{H}_a$ ist, so besteht die Gleichung:

$$\left(1 - \frac{1}{\mu}\right)\mathfrak{i}\,\mathfrak{H}_a + R = \mathfrak{i}\,\mathfrak{H}_a$$

oder

$$R = \frac{\mathfrak{i}\,\mathfrak{H}_a}{\mu} = \mathfrak{i}\,\mathfrak{H}_i.$$

Man sieht also, daß für die Berechnung der ponderomotorischen Kraft R, welche auf stromdurchflossene Volumenelemente

1) Die Dichte ist nämlich gleich:

$$\mathfrak{Q}_i = \mathfrak{B}_i - \mathfrak{H}_i = \mathfrak{H}_a\left(1 - \frac{1}{\mu}\right).$$

2) Statt dieser auf die Belegungen wirkenden Kräfte hätten wir streng genommen nach den Resultaten des vorigen Paragraphen allerdings Volumenkräfte einführen müssen, was jedoch ohne Belang ist.

wirkt, nicht die Induktion $\mathfrak{B}_i$, sondern die Feldstärke $\mathfrak{H}_i$ maßgebend ist.

Um jeden Zweifel zu beseitigen, wollen wir noch ein Beispiel behandeln, aus welchem man ersieht, daß das Prinzip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung den von uns gewählten Ansatz fordert.

Wir denken uns einen zylindrischen, von leerem Raum umgebenen und vom Strom $\mathfrak{s}$ durchflossenen Leiter, welcher sich längs der X-Achse eines Koordinatensystems beiderseits ins Unendliche erstreckt. Die Materialkonstanten des Leiters, sowie die im folgenden auftretenden Feldvektoren seien von x unabhängig, aber Funktionen von y und z. Der Leiter sei ein magnetisch harter Körper und besitze eine Magnetisierung quer zur X-Achse. Wir nehmen an, daß ein äußeres Feld auf den Leiter nicht wirkt, daß also die magnetische Kraft $\mathfrak{H}$ in großen Entfernungen vom Leiter verschwindet.

Es ist klar, daß auf den Leiter als Ganzes keine ponderomotorische Kraft wirkt, denn es würde zu dieser Wirkung keine Gegenwirkung angebbar sein. Wir wollen nun zeigen, daß bei Wahl unseres Ansatzes jene Kraft in der Tat verschwindet. Die gesamte auf die Längeeinheit unseres Leiters in der Richtung der Z-Achse wirkende Kraft läßt sich darstellen gemäß den Gleichungen (7) und (9) in der Form:

$$K = \int \left(\mathfrak{Q}_y \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y} + \mathfrak{Q}_z \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial z} \right) df + \int \frac{1}{c} \mathfrak{s}_x \mathfrak{H}_y \, df, \tag{10}$$

wobei df ein Flächenelement der YZ-Ebene bedeutet. Wir nehmen an, daß sämtliche in Betracht kommende Größen an der Oberfläche des Leiters stetig sind. Wir behandeln zuerst das erste Integral der Gleichung (10). Es ist:

$$\mathfrak{Q}_y \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y} + \mathfrak{Q}_z \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial z} = \frac{\partial \mathfrak{Q}_y \mathfrak{H}_z}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Q}_z \mathfrak{H}_z}{\partial z} - \mathfrak{H}_z \left(\frac{\partial \mathfrak{Q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Q}_z}{\partial z} \right).$$

Setzt man die rechte Seite dieser Gleichung in unser Integral ein, so verschwinden bei Integration über die YZ-Ebene die beiden ersten Glieder, da die Kräfte im Unendlichen verschwinden. Das dritte Glied kann unter Berücksichtigung:

$$\operatorname{div} \mathfrak{B} = 0$$

umgeformt werden, so daß unser Integral die Form annimmt:

$$\int \mathfrak{H}_z \left(\frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial z} \right) df.$$

Nun ist:

$$\mathfrak{H}_z \left(\frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial \mathfrak{H}_y \mathfrak{H}_z}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial \mathfrak{H}_z^2}{\partial z} - \mathfrak{H}_y \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y}.$$

Bei der Integration verschwinden aber die beiden Glieder $\frac{\partial \mathfrak{H}_y \mathfrak{H}_z}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial \mathfrak{H}_z^2}{\partial z}$. Das Glied $- \mathfrak{H}_y \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y}$ läßt sich umformen mittels der Maxwellschen Gleichungen in:

$$- \frac{1}{c} \mathfrak{H}_y \left\{ \mathfrak{s}_x + \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} \right\},$$

so daß wir endlich die Gleichung (10) schreiben können:

$$\begin{aligned} R &= - \frac{1}{c} \int \mathfrak{H}_y \left\{ \mathfrak{s}_x + \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} \right\} df + \frac{1}{c} \int \mathfrak{s}_x \mathfrak{H}_y \, df \\ &= - \frac{1}{c} \int \mathfrak{H}_y \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} df = - \frac{1}{2c} \int \frac{\partial \mathfrak{H}_y^2}{\partial x} df. \end{aligned}$$

Das letzte Integral wird Null, weil im Unendlichen die Kräfte verschwinden. —

Nachdem wir so die Kraft festgestellt haben, welche auf von einem Leitungsstrom durchflossene Materie wirkt, erhalten wir die Kraft, die auf einen von einem Polarisationsstrom durchsetzten Körper wirkt, indem wir beachten, daß Polarisationsstrom und Leitungsstrom in bezug auf elektrodynamische Wirkung vom Standpunkt der Elektronentheorie durchaus äquivalent sein müssen.

Durch Berücksichtigung der Dualität von magnetischen und elektrischen Erscheinungen erhält man auch noch die Kraft, welche auf einen von einem magnetischen Polarisationsstrom durchsetzten Körper im elektrischen Felde ausgeübt wird. Als Gesamtausdruck für diejenigen Kräfte, welche von der Geschwindigkeit der Elementarteilchen abhängen, erhalten wir auf diese Weise die Gleichungen:

$$\mathfrak{F}_a = \frac{1}{c} [\mathfrak{s} \mathfrak{H}] + \frac{1}{c} \left[\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \mathfrak{H} \right] + \frac{1}{c} \left[\mathfrak{E} \frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial t} \right]. \tag{11}$$

§ 3. Gleichheit von actio und reactio.

Addiert man die Gleichungen (6), (7) und (11), so erhält man den Gesamtausdruck für die X-Komponente der pro Volumeneinheit auf die Materie wirkenden ponderomotorischen Kraft in der Form:

$$\begin{aligned}\mathfrak{F}_x = \mathfrak{E}_x \operatorname{div} \mathfrak{D} + \mathfrak{P}_x \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial x} + \mathfrak{P}_y \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y} + \mathfrak{P}_z \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial z} \\ + \mathfrak{Q}_x \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial x} + \mathfrak{Q}_y \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y} + \mathfrak{Q}_z \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial z} \\ + \frac{1}{c}[\mathfrak{s}\,\mathfrak{H}]_x + \frac{1}{c}\left[\frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t}\mathfrak{H}\right]_x + \frac{1}{c}\left[\mathfrak{E}\frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial t}\right]_x.\end{aligned}$$

Die Gleichung kann man auch schreiben:

$$\begin{aligned}\mathfrak{F}_x = \mathfrak{E}_x \operatorname{div} \mathfrak{E} + \frac{1}{c}[\mathfrak{s}\,\mathfrak{H}]_x + \frac{1}{c}\left[\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}\mathfrak{H}\right]_x + \mathfrak{H}_x \operatorname{div} \mathfrak{H} + \frac{1}{c}\left[\mathfrak{E}\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}\right]_x \\ + \frac{\partial (\mathfrak{P}_x \mathfrak{E}_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathfrak{P}_y \mathfrak{E}_x)}{\partial y} + \frac{\partial (\mathfrak{P}_z \mathfrak{E}_x)}{\partial z} \\ + \frac{\partial (\mathfrak{Q}_x \mathfrak{H}_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathfrak{Q}_y \mathfrak{H}_x)}{\partial y} + \frac{\partial (\mathfrak{Q}_z \mathfrak{H}_x)}{\partial z} - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}[\mathfrak{E}\,\mathfrak{H}]_x.\end{aligned}$$

Ersetzt man

$$\frac{1}{c}\left(\sigma + \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}\right) \quad \text{und} \quad \frac{1}{c}\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}$$

mittels der Maxwellschen Gleichungen durch $\operatorname{curl} \mathfrak{H}$ bzw. durch $\operatorname{curl} \mathfrak{E}$, so erhält man durch eine einfache Umformung:

$$\mathfrak{F}_x = \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathfrak{S}_x}{\partial t}, \tag{12}$$

wobei gesetzt ist[1]):

$$\left\{\begin{aligned} X_x &= -\tfrac{1}{2}(\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2) + \mathfrak{E}_x \mathfrak{D}_x + \mathfrak{H}_x \mathfrak{B}_x, \\ X_y &= \mathfrak{E}_x \mathfrak{D}_y + \mathfrak{H}_x \mathfrak{B}_y, \\ X_z &= \mathfrak{E}_x \mathfrak{D}_z + \mathfrak{H}_x \mathfrak{B}_z, \\ \mathfrak{S}_x &= c\,[\mathfrak{E}\,\mathfrak{H}]_x. \end{aligned}\right. \tag{13}$$

---

1) Hr. Geheimrat Wien hatte die Güte, uns darauf aufmerksam zu machen, daß bereits H. A. Lorentz die ponderomotorischen Kräfte für nicht magnetisierbare Körper in dieser Form angegeben hat. Enzykl. d. mathem. W. 5. p. 247.

Entsprechende Gleichungen gelten für die beiden anderen Komponenten der ponderomotorischen Kraft.

Integriert man (12) über den unendlichen Raum, so erhält man, falls im Unendlichen die Feldvektoren verschwinden, die Gleichung:

$$\int \mathfrak{F}_x \, d\tau = -\frac{1}{c^2}\int d\tau \frac{d\,\mathfrak{S}_x}{d\,t}. \tag{14}$$

Sie sagt aus, daß unsere ponderomotorischen Kräfte bei Einführung der elektromagnetischen Bewegungsgröße dem Satz von der Gleichheit von actio und reactio genügen.

Bern, 7. Mai 1908.

(Eingegangen 13. Mai 1908.)