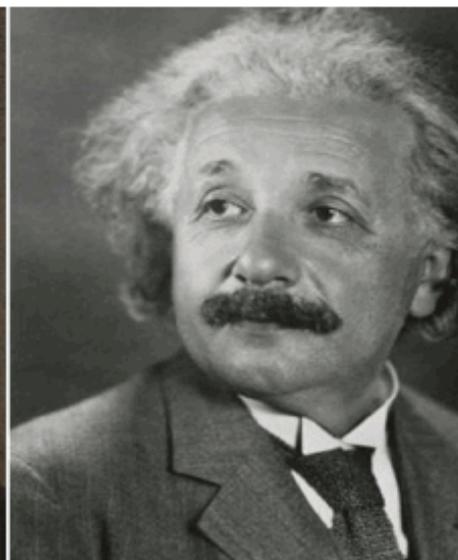
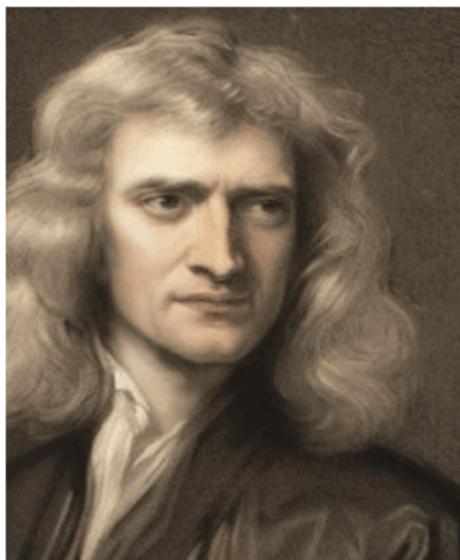


2021

Física clásica: Newton y Einstein



Eduardo Ochoa Hernández
Filho Enrique Borjas García
Rogelio Ochoa Barragán
Nicolás Zamudio Hernández





Física clásica: Newton e Einstein

Autores:

Eduardo Ochoa Hernández
Nicolás Zamudio Hernández
Filho Enrique Borjas García
Rogelio Ochoa Barragán

ISBN: 978-607-8416-11-0

Morelia, Michoacán. Junio de 2021



Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
Coordinación de Innovación Educativa CIE/QFB

PRESENTA:

Física clásica: Newton y Einstein

Autores:

Eduardo Ochoa Hernández
Filho Enrique Borjas García
Rogelio Ochoa Barragán
Nicolás Zamudio Hernández

Ochoa H. E., Borjas G. F.E., et al (2021) *Física clásica: Newton y Einstein*. Morelia: CIE

Título original de la obra:

Copyright © 2021

Tzintzuntán No. 173 Col. Matamoros C.P. 58240, Edificio E planta alta Morelia, Michoacán. México. MX

Teléfono (443) 3-14-28-09. Email: ehqfb@yahoo.com.mx

ISBN: 978-607-8416-11-0

Programa: Profesor escritor.



Programa: Profesor escritor.

Esta obra fue publicada originalmente en Internet bajo la categoría de contenido abierto sobre la URL: <https://cieumich.mx> mismo título y versión de contenido digital. Este es un trabajo de autoría publicado sobre Internet Copyright © 2021 por la CIE/UMSNH protegido por las leyes de derechos de propiedad de los Estados Unidos Mexicanos. No puede ser reproducido, copiado, publicado, prestado a otras personas o entidades sin el permiso explícito por escrito del CIE o por los Autores.

ISBN: 978-607-8416-11-0



Contenido

Capítulo I. Determinar fuerzas de cuerpos en reposo	1
1.1 Newton	2
1.2 Equilibrio traslacional	9
1.3 Equilibrio rotacional	14
1.4 Problemario	21
1.5 Autoevaluación	21
1.6 Soluciones del problemario	24
1.7 Soluciones de la autoevaluación	26
1.8 Conclusiones	26
Capítulo II. Ecuaciones de movimiento en dos dimensiones	28
2.1 Movimiento	29
2.2 El tiempo es esa referencia de cambio infinitesimal	32
2.3 Pero... el tiempo no es una muy buena referencia	34
2.4 El tiempo es una dimensión	35
2.5 Posición, distancia y desplazamiento	36
2.6 Velocidad y dirección	37
2.7 Movimiento acelerado	40
2.8 Cálculo de la caída libre	50
2.9 Tiro vertical	53
2.10 Representación gráfica	54
2.11 Determinar el movimiento en tres dimensiones	55
2.12 Tiro parabólico en dos dimensiones	59
2.13 Movimiento circular uniforme	63
2.14 Problemario	74
2.15 Soluciones	78
2.16 Conclusiones	79
Capítulo III. A 100 años de la teoría de la relatividad general	81
3.1 Introducción	84
3.1.1 Primera época: calor, luz, métricas de energía	85
3.1.2 Segunda época: forma matemática de la energía	88
3.1.3 Tercera época: el desarrollo termodinámico y relativista	90
3.2 Marcos de referencia	92

3.2.1 Movimiento en marcos de referencia	94
3.2.2 La falta de un marco de referencia	95
3.3 Movimiento relativo	96
3.4 Invariancia de la velocidad de la luz	98
3.5 Principios de la relatividad especial	99
3.6 Consecuencias de la relatividad	100
3.7 La falta de simultaneidad	101
3.8 Transformaciones de Lorentz	102
3.8.1 Luz, masa y energía	102
3.8.2 Transformaciones de Galileo	103
3.8.3 Transformadas de Lorentz	105
3.8.4 Dilatación del tiempo	110
3.8.5 Contracción del espacio	111
3.9 $E=mc^2$	111
3.10 La termodinámica	116
3.11 Trabajo	119
3.12 Cálculo de la energía cinética	119
3.13 Cálculo de la energía potencial	122
3.14 La adición de velocidades en la relatividad	124
3.15 Intervalos de espacio-tiempo	128
3.16 Diagramas de Minlowski: visualización de espacio tiempo	130
3.17 Momento, masa y energía relativistas	134
Referencias	137

<https://cieumich.mx/ContenidoFisicaNewton2021/pages/Fisica1newton.html>

Prefacio

A principios del siglo pasado, un físico joven iconoclasta transformó nuestra comprensión del universo. Con sus teorías especial y general de la relatividad, Albert Einstein anuló la sólida certeza que fue el universo de relojería de Newton y lo reemplazó con una imagen que desafía el sentido común. Su obra nos trajo la famosa ecuación $E=mc^2$, luz definida como el límite de velocidad cósmico, espacio unificado con el tiempo, redefiniendo gravedad y marcó el comienzo de la idea de que el universo comenzó en una bola de fuego caliente, densa llamada ahora el big bang. Estas ideas más adelante dieron lugar algunos de los más intrigantes y sorprendentes conceptos de la física moderna: los agujeros negros, viajes en el tiempo, materia oscura y energía oscura. Los físicos de hoy todavía están lidiando con sus revelaciones y sus consecuencias. Solo recientemente el 11 de febrero de 2016, se cumplieron las predicciones claves de Einstein sobre la existencia de ondas gravitacionales, esta confirmación finalmente fue consecuencia del avance tecnológico, mismo avance que impulsó sus experimentos mentales empleando las matemáticas como medio de observación.

Es difícil exagerar la influencia de Einstein para la vida moderna, sin embargo, sus teorías siguen menudo por la mayor parte de los ciudadanos del mundo, incomprendidas. A pesar de su asombroso éxito, la teoría de la relatividad, no menos que es compatible con la mecánica cuántica. Einstein pasó la última parte de su carrera tratando de conciliar las dos teorías en lo que el llamó la teoría del todo. ¿Los científicos de hoy tendrán éxito donde Einstein fracasó?

¿Los profesores de hoy tendrán éxito en romper los prejuicios sobre las matemáticas de la mente de los jóvenes de hoy?, ¿los inspirarán lo suficiente como para provocar en ellos la curiosidad de luchar por comprender la revelaciones que logró Einstein al superar la física clásica de Newton? Y finalmente, ¿Lograrán introducir a estos jóvenes en la compleja y fascinante teoría que apertura Einstein como la Cuántica?

Capítulo I.

Determinar fuerzas de cuerpos en reposo

Tal vez Newton, en mayor medida que cualquier otro científico, fuera quien inculcó a los científicos posteriores la idea de que el universo se podía comprender en términos matemáticos. El periodista James Gleick ha escrito que “Isaac Newton nació en un mundo de tinieblas, oscuridad y magia [...] estuvo al menos una vez al borde de la locura [...] y sin embargo, descubrió más facetas del núcleo esencial del conocimiento humano que cualquier otro antes o después de él. Fue el principal arquitecto del mundo moderno [...] Convirtió al conocimiento en algo sustantivo: cuantitativo y exacto. Formuló principios que nosotros llamamos “leyes”.

Newton es ante todo inspiración en palabras de Stephen Hawking .

Clifford A. Pickover (2012) The physics book. Nueva York: Holanda

1.1 Newton

Isaac Newton (1642-1727), físico y filósofo británico creador de los conceptos de la mecánica clásica, el cálculo infinitesimal y de la teoría de la gravitación universal entre los muchos aportes que realizó a la humanidad. Fue presidente de la Royal Society, una de las sociedades científicas más importantes del mundo¹. Resulta sorprendente la influencia intelectual de sus innovaciones en el cálculo matemático y física óptica² (actualmente se encuentran disponibles en línea copias digitales de sus documentos en la Universidad de Cambridge³). Hijo de un agricultor analfabeto de nombre Isaac Newton y madre Hannah Ayscough oriundos de Woolsthorpe, Lincolnshire. Su padre muere en octubre de 1642 e Isaac Newton hijo nace tres meses después el 25 de diciembre de 1642, su madre se volvió a casar con Barnabas Smith (1646) y la abuela materna Margery Ayscough fue clave para su formación básica. Ese tiempo es recordado por la muerte de Galileo Galilei y el estallamiento de la guerra civil inglesa.



En 1645 termina la guerra civil inglesa, 1648 también termina la guerra de los treinta años en Europa del Norte, en 1649 Inglaterra se convierte en república, en 1650 muere René Descartes, 1651 Thomas Hobbes publica Leviathan. Barnabas Smith muere en 1653. Es en 1654 cuando Newton se matriculó en la King's School en Grantham, donde un boticario de la ciudad lo motivó por la química, es recordado como un estudiante que pasó de menos a ser destacado de su clase, ese año se publica *The Marrow of Alchemy* por George Ripley⁴. En 1658 deja la escuela y es convencido por el profesor Henry Stokes que regrese a la escuela de Grantham. En 1660 la Fundación de la Real Sociedad (Foundation of the Royal Society) publica los nuevos experimentos

de física mecánica y en 1661 *Sceptical Chymist* de Robert Boyle. Sufre Newton una crisis religiosa en 1662 creando su lista de pecados: robar mazorcas a Eduard Storer, amenazar a sus padres, desear la muerte a algunos individuos. En 1663 conoce en Cambridge al que sería su asistente John Wickins. En 1664 se cree que asiste a las conferencias de matemáticas dadas por Isaac Barrow, titular de la Cátedra Lucasiana recién instituida en Matemáticas. Se dedica a los estudios específicos en matemáticas y óptica, ignorando en gran medida el currículo oficial de la universidad de los clásicos, la geometría euclidiana y la filosofía aristotélica. Comienza a llenar su libreta universitaria de una serie de entradas científicas de gran alcance titulado «*Quaestiones quaedam Philosophiæ*», y Boyle publicó *Touching Colours*; nace el matemático suizo Nicolas Fatio de Duillier quien sería uno de sus mejores amigos. Para 1667 de manera autodidacta crea el cálculo diferencial e integral, que Newton llamó método de series y fluxiones, además, surge en él la inquietud por explicar la fuerza necesaria para mantener la luna en órbita alrededor de la Tierra, influenciado por Kepler. Escribe ecuaciones de series infinitas en 1669, y es instado por Barrow a que publique sus trabajos, en 1671 presenta a la Real Sociedad sus escritos de método de series y fluxiones que será publicado hasta 1736. 1672 publica Newton su teoría de la luz y los colores, provocando críticas que indignan a Newton y comienza así una feroz lucha con Robert Hooke. En 1676 Leibniz visita Londres y presenta su desarrollo independiente sobre los fundamentos del cálculo (publicado en 1678) y en 1677 muere Isaac Barrow. En 1686 formula su teoría de la gravitación universal: cada objeto en el universo atrae y es atraído a todos los demás objetos. Ya para 1689 Newton era una celebridad intelectual y hace amistad con el filósofo John Locke, en una carta famosa de Newton escrita a Locke confiesa que sus descubrimientos fueron basados en conocimiento de sabiduría antigua. En 1691 muere Robert Boyle y en 1703 Locke. En 1712 a petición de Leibniz, se revisa por un comité la historia controvertida del cálculo que implicaba a Newton con plagio. En respuesta en 1713 Newton publica su segunda edición de *Principia*, reconociendo bajo el tono de referencia extirpada, en el prefacio se menciona a Leibniz como un reptil miserable, en la misma obra se añade escolio general, para establecer la relación entre Dios y la creación de Newton. En 1726 se publicó la tercera edición de *Principia* y en 1727 preside su última reunión en la Royal Society el 19 de febrero y el 2 de marzo. Poco después cae en cama, sufriendo de una nueva piedra en la vejiga. Muere, tras haber negado la extremaunción, en marzo de 1727.

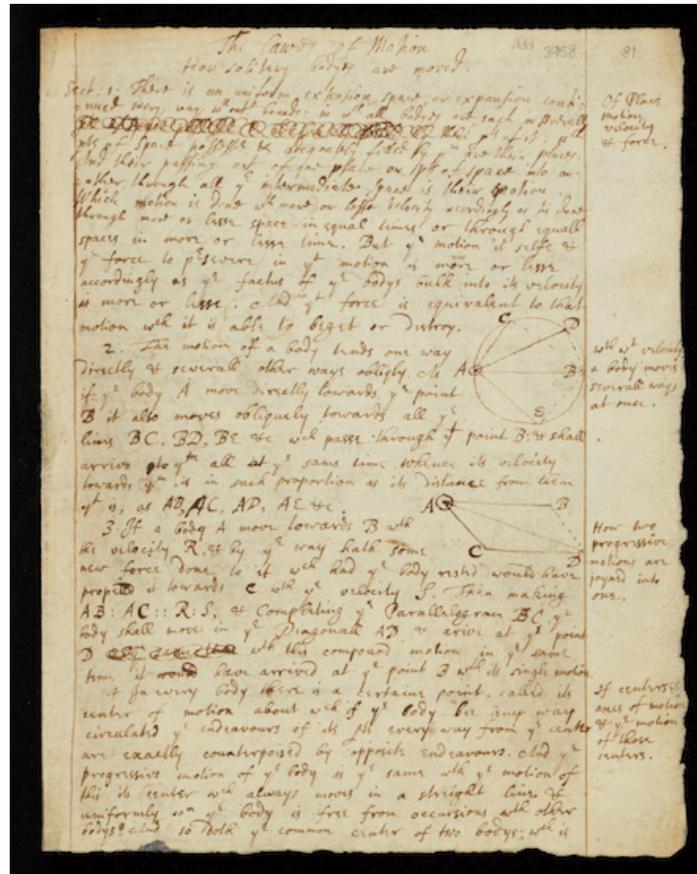


Fig. 1.1 Isaac Newton (c 1665 - c 1672) The Lawes of Motion⁵.

Las leyes del movimiento de Newton, tienen fundamentos que explican los problemas relativos al movimiento de los cuerpos. También esta física es conocida como física clásica o newtoniana, en palabras de Newton⁶:

“Hay una extensión uniforme, espacio o expansión continua de todos los sentidos y sin límites: en el que todos los cuerpos son, cada una de las partes de él, las partes del espacio que posee son llenadas por ellos en sus lugares. Y su paso de un lugar o de una parte del espacio a otro, a través de todo el espacio intermedio es su movimiento [...] la fuerza es equivalente al movimiento de engendrar o destruir”.

Newton considera que un cuerpo en reposo y un cuerpo en movimiento con velocidad constante distinta de cero no se distingue en ellos diferencia, esto es consecuencia del sistema de referencia.

De esta manera a un cuerpo que no se le aplica ninguna fuerza dentro de un sistema de referencia con aceleración cero, es un sistema de referencia inercial. Las leyes de Newton solo son válidas en estos sistemas de referencia inercial (sistema de referencia en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme). En palabras de Newton él alcanzó a ver más lejos que otros por que se apoyó a hombros de gigantes.

“Constituyen los cimientos no solo de la dinámica clásica sino también de la física clásica en general. Aunque incluye ciertas definiciones y en cierto sentido pueden verse como axiomas, Newton afirmó que estaban basadas en observaciones y experimentos cuantitativos; ciertamente no pueden derivarse a partir de otras relaciones más básicas. La demostración de su validez radica en sus predicciones... La validez de esas predicciones fue verificada en todos y cada uno de los casos durante más de dos siglos⁷” pag. 133

La primera ley de Newton se publicó en *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*⁸. **Primera ley de Newton:** “Todo cuerpo permanece en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a menos que sea obligado a cambiar ese estado por fuerzas que actúan sobre él. En ambas circunstancias, se dice que el cuerpo está en un estado de equilibrio mecánico. A esta tendencia de los cuerpos a resistir cambios en su movimiento se le llama inercia, asociada a la masa del cuerpo⁹”. Es decir, un cuerpo en reposo permanece en reposo y un cuerpo en movimiento uniforme se mantiene en movimiento uniforme a menos que actúe sobre él una fuerza de desequilibrio exterior. La inercia es la magnitud de resistencia al cambio de velocidad de un cuerpo.

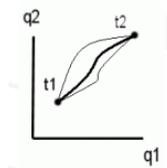
Esta ley es válida si los experimentos de la mecánica son a velocidades muy bajas respecto de la luz, pero en caso contrario puede requerir formulaciones más sofisticadas, como la relatividad especial, la relatividad general o la mecánica cuántica relativista, a grandes velocidades, o con fuertes campos gravitatorios.

Segunda ley de Newton: La aceleración de un objeto tiene la misma dirección que la fuerza externa total que actúa sobre él. La fuerza es directamente proporcional al producto de masa por la aceleración.

$$\sum F = F_{neta} = ma$$

El conocimiento práctico que tenemos respecto a la experiencia del movimiento de un cuerpo en un sistema de referencia inercial, despreciando matemáticamente sus efectos relativistas, nos

reafirman que la proposición de Newton $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ es aceptable su predictibilidad con cálculos en un sistema de referencia rectangular. La teoría de Newton sobre el movimiento mecánico es eficiente bajo estas consideraciones. Pero cuando el cuerpo a estudiar es una partícula relativamente pequeña moviéndose a gran velocidad, requerimos otra física, Hamilton es quien al igual que Newton por experimentación deduce el principio de mínima acción para partículas en estado de movimiento como un campo físico, es decir, la evolución en el tiempo de todo sistema físico requería una cantidad de acción con una tendencia mínima posible. Las ecuaciones para este sistema de movimiento entre dos tiempos t_1 y t_2 , describen pequeñas variaciones virtuales del movimiento respecto al real. El principio de Hamilton expresa cuál de todas las trayectorias $q(t)$ es la real, a partir de una ecuación lagrangiana, consiste en admitir que las partes de un sistema que no interactúan con otras no pueden contener magnitudes pertenecientes a esas otras.



La física mecánica se interesa por explicar analíticamente a partir de las causas (fuerzas) en términos matemáticos el movimiento de los cuerpos, al predecir su comportamiento tendríamos que superar su reducción de verlo solo en términos geométricos, tal como lo hicieron Aristóteles, Euclides, Pitágoras, Copérnico, Kepler, Galileo, hasta que todo cambió con la magia de la imaginación creativa de Newton.

Para Newton el movimiento geométrico no es el de un punto geométrico, sino el de un punto material llamado partícula en función vectorial respecto del tiempo. Para Newton al igual que para Galileo el parámetro tiempo es absoluto, es decir, inmutable entre sistemas inerciales. Los estados de movimiento del modelo de Newton por su estructura evolucionan en términos de instantes de tiempo proyectados sobre ejes cartesianos de referencia, para la posición $\mathbf{x}(\mathbf{t})$, la velocidad $\mathbf{v}(\mathbf{t})$, y la aceleración $\mathbf{a}(\mathbf{t})$. Estos dos últimos conceptos $\mathbf{v}(\mathbf{t})$ y $\mathbf{a}(\mathbf{t})$ son vectores que responden a que no sea imperioso conocer la partida de las variaciones temporales de orden arbitrariamente alto de las funciones coordenadas, bastando con tener conocimiento de condiciones iniciales y finales de la partícula para modelar el movimiento completo. Para la consistencia de este modelo, fuerza y aceleración se vinculan con la idea material de punto, con la masa inercial \mathbf{m} . $\mathbf{F}=\mathbf{ma}$, la fuerza sobre una partícula es el producto de su masa inercial por la aceleración de la misma. La fuerza que ejerce una partícula sobre otra partícula representa para las ecuaciones de movimiento una innovación, es esa fuerza en magnitud igual entre las partículas, y opuesta en dirección a la fuerza recíproca.

$$F_1 = F_2$$

Es claro que la primera ley es deducida de la segunda ley, y que la tercera ley de Newton es para un sistema que converge en la primera ley para expresar un cuerpo estático como la suma nulificada de todas las fuerzas, no la ausencia de ellas en el sistema. La masa inercial no la debemos confundir con la masa gravitatoria de la ley de la gravitación universal:

$$F = -G \frac{m_g m'_g}{d^2} \hat{r}$$

Donde \hat{r} es el vector unitario que une los centros de las partículas de masa m_g a m'_g .

La practicidad de las ecuaciones de Newton para un sistema mecánico es asombrosa, sin embargo, para cuando el sistema está dado por funciones de coordenadas y velocidades que se mantienen en un campo constante en el curso de su evolución, resulta mejor expresarlo en términos de cantidades conservadas, como el momento lineal y angular. El momento lineal de un punto material es el producto de su masa por su velocidad:

$$\rho = mv$$

Esta visión escapa al alcance de este libro, solo agregaremos que con este concepto de física los campos son algo que está distribuido en todo el espacio (temperatura, electromagnetismo, gravedad) y la partícula es un efecto del campo en una región del espacio. Así la ecuación de Newton podría expresarse como:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

La traducción del texto original de las leyes de Newton por Stephen Hawking¹⁰:

Ley I

“Todo cuerpo se preserva en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo a no ser en tanto que sea obligado por fuerzas impresas a cambiar su estado” (pág. 659).

Ley II

“El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime” (pág. 659).

Ley III

“Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria: es decir, las acciones mutuas de dos cuerpos siempre son iguales y dirigidas en direcciones opuestas” (pág. 660).

Isaac Newton nos legó además de su asombrosa matematización de la realidad fáctica, la enseñanza del honor de crecer en la ciencia reconociendo la obra de todos los que nos preceden a nuestro tiempo, aprender física es reflexionar explorando todos los caminos de la razón y la experimentación.

Nota: La masa inercial estará dada en kilogramos, la fuerza en N (Newtons), es la fuerza necesaria para 1 m/s^2 de aceleración).

Las fuerzas fundamentales del universo son cinco:

Fuerza oscura. Fuerza responsable de la expansión del universo.

Fuerza nuclear fuerte. Fuerza de pegamento de las partículas subatómicas.

Fuerza nuclear débil. Fuerza de decaimiento radiactivo.

Fuerza electromagnética. Fuerza de afinidad o repulsión entre cargas.

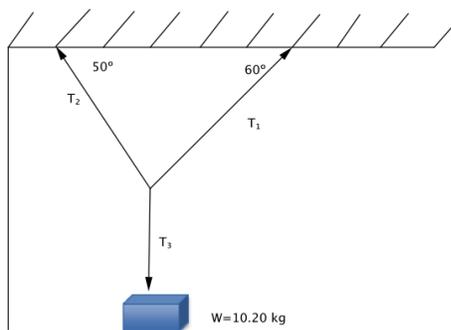
Fuerza gravitacional. Fuerza de atracción recíproca entre masas.

1.2 Equilibrio traslacional

El equilibrio traslacional es que un cuerpo físico no tiene fuerza resultante actuando en él, es decir, la suma de los componentes en el x o y son igual a cero, en otras palabras la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son igual a cero.

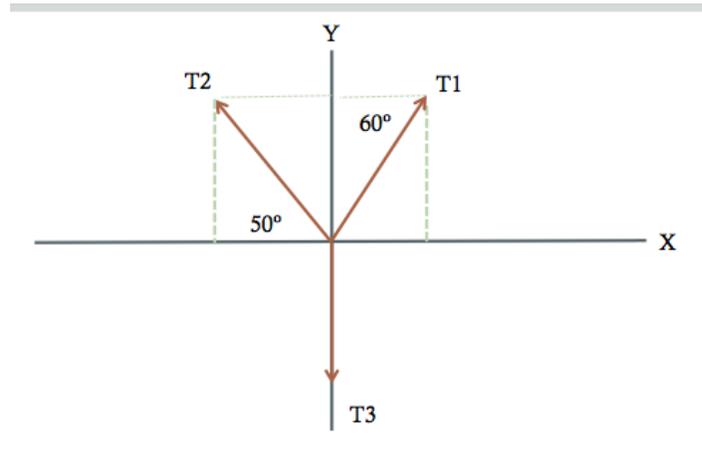
$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$

Ejemplo 1: Calcular la tensión en los cables de una caja de **10.20 kg** sostenida de un techo (se desprecia el peso de los cables).



Solución:

a) Diagrama de cuerpo libre



b) Descomponemos las fuerzas en sus componentes vectoriales.

$$\sum F_x = 0$$

$$T_{1x} - T_{2x} + T_{3x} = 0$$

$$T_1 \cos 60 - T_2 \cos 50 + 0 = 0$$

$$T_1 = T_2 \frac{\cos 50}{\cos 60} = T_2 (1.2855)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_{1y} + T_{2y} - T_{3y} = 0$$

$$T_1 \sin 60 + T_2 \sin 50 - T_3 = 0$$

$$T_3 = mg = (10.20 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 100 \text{ N}$$

$$T_2 (1.2855)(0.8660) + T_2 (0.7660) = 100 \text{ N}$$

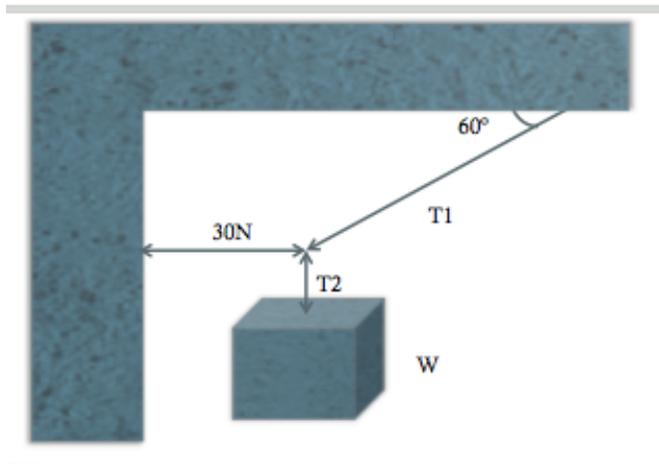
$$T_2 (1.1132) + T_2 (0.7660) = 100 \text{ N}$$

$$T_2 = \frac{100 \text{ N}}{1.8792} = 53.2141 \text{ N}$$

$$T_1 = T_2 (1.2855) = (53.2141)(1.2855) = 68.4067 \text{ N}$$

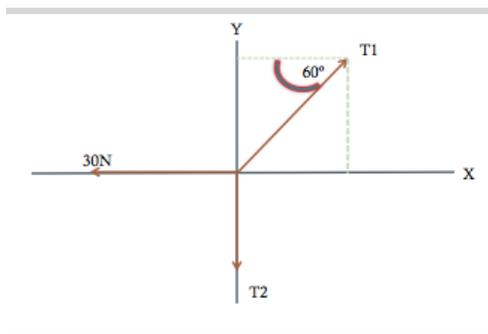
Nota: $T_1 > T_2$ porque es más vertical T_1 que T_2 , $T_1 + T_2 > 100 \text{ N}$ por la fuerza adicional de los cables que jalan de derecha a izquierda.

Ejemplo 2: Calcular las tensiones y la masa desconocida del sistema de equilibrio.



Solución:

a) Diagrama de cuerpo libre

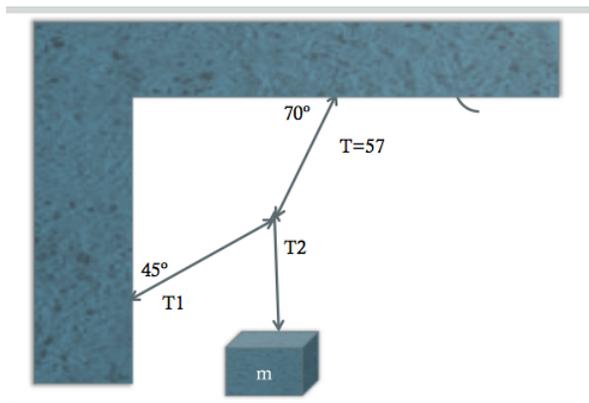


b) Cálculo de equilibrio

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ -30N + T_{1x} &= 0 \\ -30N + T_1 \cos 60 &= 0 \\ T_1 \cos 60 &= 30N \\ T_1 &= \frac{30N}{\cos 60} = 60N \\ g &= 9.8m/s^2\end{aligned}$$

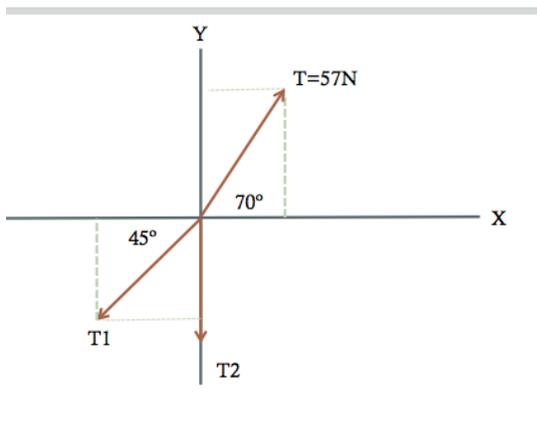
$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ T_{1y} - T_{2y} &= 0 \\ 60N \sin(60) &= T_2 \\ T_2 &= 60N \sin(60) = 30\sqrt{3}N = 52N \\ w = T_2 / g &= 52N / 9.8m/s^2 = 5.3kg\end{aligned}$$

Ejemplo 3: Calcular las tensiones y la masa desconocida del sistema de equilibrio.



Solución:

a) Diagrama de cuerpo libre



b) Cálculo de equilibrio

$$\sum F_x = (57N)\cos(70) - T_1 \cos(45) = 0$$

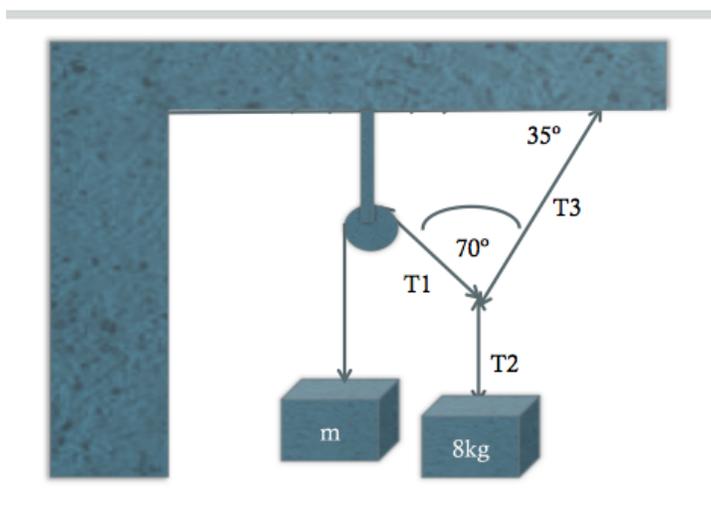
$$T_1 = 57N \frac{\cos(70)}{\cos(45)} = 27.57N$$

$$\sum F_y = (57N)\sen(70) - T_2 - T_1 \sen(45) = 0$$

$$T_2 = (57N)\sen(70) - (27.57N)\sen(45) = 34.068N$$

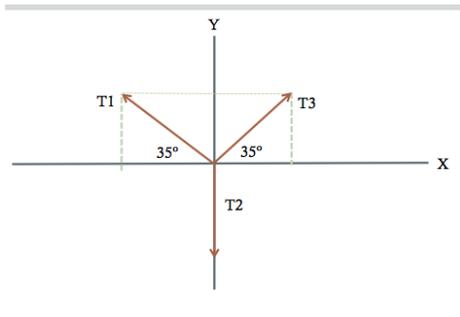
$$m = T_2 / g = 3.48kg$$

Ejemplo 4: Calcular las tensiones y la masa desconocida del sistema de equilibrio.



Solución:

a) Diagrama de cuerpo libre



b) Cálculo de equilibrio

$$\sum F_x = -T_1 \cos(35) + T_3 \cos(35) = 0$$

$$T_1 = T_3$$

$$\sum F_y = 2T_1 \sin(35) - mg = 0$$

$$T_1 = T_3 = \frac{mg}{2\sin(35)} = \frac{78.4}{2\sin(35)} = 68.34N$$

$$m = T_1 / g = 6.97kg$$

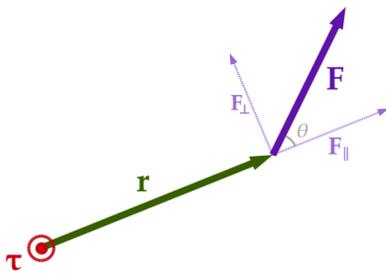
1.3 Equilibrio rotacional

Cuando nos referimos a la noción de móvil, es el concepto introducido por el escultor Alexander Calder. Entiéndase por móvil a un modelo de piezas giradas por motores o por fuerzas naturales como el viento. El equilibrio en un móvil, es el equilibrio rotacional, que implica que la suma de todas las fuerzas externas aplicadas al móvil son cero. Torsión es esa fuerza que tiende a producir rotación sobre un eje del objeto móvil.

Newton construyó un modelo gravitacional para explicar el movimiento de los planetas en función de fuerzas de naturaleza gravitatoria que son inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que describe un movimiento en órbitas elípticas, argumentó que fue vigente, hasta

que Einstein propuso su modelo de espacio tiempo curvo, pero ambos dejaron el debate abierto sobre las propiedades de las causas últimas de estos efectos. Sin embargo, el modelo de Newton permite anticipar, al grado de predecir la existencia teórica del planeta Neptuno, mucho antes de su observación empírica. Así surge históricamente el concepto de torque.

Par fuerza. Es la capacidad de una fuerza para causar que un cuerpo gire alrededor de un eje particular.



Donde \mathbf{F} actúa sobre el punto del vector posición \mathbf{r} , el objeto se hace pivotar sobre el punto de origen (0,0). La magnitud del par causado por \mathbf{F} sobre el eje origen es:

$$\tau = Fr_{\perp}$$

Donde r_{\perp} es el brazo de la palanca de la fuerza, es esa distancia perpendicular desde la línea de fuerza que aplica la fuerza al eje en el origen, bien podría tratarse de los siguientes casos de un martillo y levantamiento de pesas.



$$r_{\perp} = |r| \sin(\theta)$$

Donde θ es el ángulo formado entre la línea de fuerza y el brazo de palanca. También podemos escribir el par como:

$$\tau = Fr_{\perp} = F|r| \text{sen}(\theta) = F_{\perp}|r|$$

Donde F_{\perp} es el componente de la fuerza perpendicular a la línea de la palanca. Las unidades de torque son N m. El par se define positivo si tiende a rotar al objeto en sentido antihorario y negativo en caso de que gire en el sentido de las manecillas del reloj. Si sobre un cuerpo actúan mas fuerzas, el par total es la suma de los pares de torsión debidos a las fuerzas individuales.

$$\tau_{neto} = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n$$

Asegúrese de respetar los signos, algunas fuerzas podrían restar al par final neto. En su forma vectorial el torque es el producto cruz:

$$\tau = r \times F$$

Podemos deducir que el vector τ , es un vector perpendicular al plano formado por $r \times F$. Cuando el sistema está desequilibrado se produce un cambio en el momento angular del cuerpo. Es decir, el torque causa movimiento de rotación con aceleración angular ω :

$$\tau_{neto} = I\alpha$$

Donde I es el momento de inercia del sistema y α es la aceleración angular. Es equivalente a la segunda ley de Newton:

$$F_{neta} = ma$$

Cuando el **par neto** es cero, el objeto no va a cambiar su estado de movimiento de rotación, es decir, no comenzará a girar, no dejará de girar ni cambiará la dirección de su rotación. Se dice que está en **equilibrio de rotación**. Si la suma de las fuerzas que actúan sobre el objeto también es cero, el objeto está en equilibrio de traslación y no cambia su estado de movimiento de traslación, es decir, no será acelerado o disminuido en la velocidad o cambio de su dirección de movimiento. Siempre que ambas condiciones se cumplan:

$$\sum \vec{\tau} = 0$$

$$\sum \vec{F} = 0$$

Si se cumplen estas condiciones, diremos que el cuerpo está en equilibrio estático.

El **momento angular**, momento de impulso o el impulso de rotación es un mensurando físico de rotación de un objeto, teniendo en cuenta su masa, forma y velocidad. Es un mensurando vectorial que representa el producto de inercia de rotación de un cuerpo y la velocidad de rotación alrededor de un eje particular. El momento angular de un sistema de partículas es la suma de los momentos angulares de las partículas individuales. Por ejemplo, para las aspas de un ventilador el momento angular se puede expresar como el producto del momento de inercia del cuerpo I (es decir, una medida de la resistencia de un cuerpo a cambiar en su velocidad de rotación), y su velocidad angular ω .

$$L = I\omega$$

De esta manera, el momento angular se describe a veces como el análogo de rotación del

momento lineal $\rho = m\vec{v}$. Para los casos de objetos muy pequeños en comparación con la distancia radial a su eje de rotación, tal como un planeta que órbita en elipse alrededor del Sol o una pelota colgada a una larga cuerda, se puede expresar como su línea de impulso

$\rho = m\vec{v}$, atravesada por su posición desde el origen \mathbf{r} . Por lo tanto, el momento angular \mathbf{L} de una partícula con respecto a algún punto de origen es:

$$L = \vec{r} \times m\vec{v} = \vec{r} \times \rho$$

El momento angular o **momento de torsión** se conserva en un sistema donde no hay torque externo neto, y su conservación ayuda a explicar muchos fenómenos diversos. Por ejemplo, el aumento de la velocidad de rotación de una figura de un patinador cuando los brazos se contraen,

es una consecuencia de la conservación del momento angular. Las altas tasas de rotación de las estrellas de neutrones también se pueden explicar en términos de la conservación del momento angular. Por otra parte, la conservación del momento angular tiene numerosas aplicaciones en la física y la ingeniería (por ejemplo, la brújula giroscópica). Donde \vec{r} es el vector posición relativo a la partícula y al origen, ρ es el momento lineal de la partícula y \mathbf{L} será su producto cruz. Para el caso de un sistema de partículas:

$$\mathbf{L} = \sum_n \vec{r}_n \times m_n \vec{v}_n$$

Para el caso de un planeta el momento angular se distribuye entre el giro del planeta en su propio eje y el momento angular de su órbita:

$$L_{neto} = L_{spin} + L_{orbita}$$

El **centro de gravedad**, es el centro de masa de una distribución de la masa en el espacio, es el único punto que la posición relativa ponderada de la suma de masas distribuidas es cero. La distribución de la masa se equilibra alrededor del centro de masa y de la media de la posición de las coordenadas ponderadas de la masa distribuida. Los cálculos de mecánica son a menudo simplificados cuando se formula con respecto al centro de la masa. Para un cuerpo rígido, el centro de masa se fija en relación con el cuerpo.

El centro de gravedad de una colección de masas es el punto en el que todo el peso del objeto puede ser considerado a concentrarse. Si $p(x, y)$ son las coordenadas del punto de centro de gravedad de una colección de masas puntuales m_1, m_2, m_n situadas en coordenadas:

$$P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_n(x_n, y_n)$$

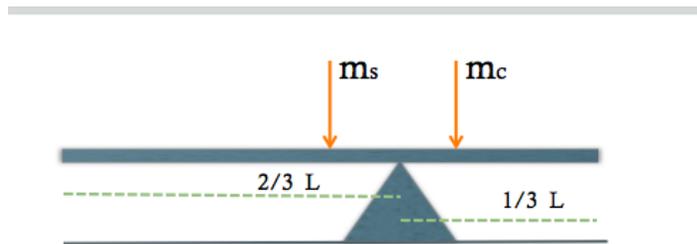
$$x_{cg} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$y_{cg} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

Ejemplo 5: Un balancín mal construido tiene un punto de apoyo de $2/3$ del brazo horizontal a lo largo de su longitud. a) Si el balancín pesa 30 kg, ¿dónde se sentaría un niño de 20 kg para sentarse con el fin de equilibrar el balancín? b) ¿Cuál es el mínimo de masa que un niño debe tener a fin de equilibrar el balancín?

Solución:

El centro de gravedad del que sube y baja se supone que es en el centro, en el supuesto de que es uniforme su masa. Por tanto, el diagrama de fuerzas es como se muestra a continuación. $M_s = 30$ kg es la masa del balancín, $M_n = 20$ kg es la masa del niño, y L es la longitud del balancín.



a) Con el fin de encontrar la distancia x desde el niño al punto de apoyo que podemos hacer un balance par sobre el punto de apoyo:

$$\frac{2}{3}L - \frac{1}{2}L = \frac{1}{6}L$$

$$\sum \tau = \frac{L}{6} m_s g - x m_c g = 0$$

de modo que

$$x = \frac{Lm_s}{6m_c} = \frac{L(30)}{6(20)} = \frac{1}{4}L$$

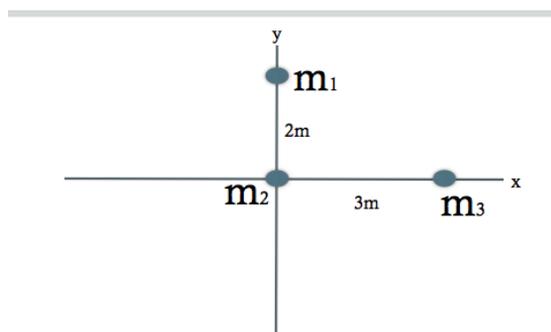
b) Para encontrar la masa mínima del niño que iba a funcionar, suponemos que el niño tiene de masa m_c y se sienta lo más a la izquierda como sea posible a fin de que:

$$\sum \tau = \frac{L}{6}m_s g - \frac{L}{3}m_c g = 0$$

lo que da

$$m_c = \frac{1}{2}m_s = \frac{1}{2}(30\text{kg}) = 15\text{kg}$$

Ejemplo 6: Calcular $P(x_c, y_c)$ posición del centro de gravedad de los siguientes tres objetos donde $m_1 = 1.0$ kg, $m_2 = 2.5$ kg y 4.0 kg = m_3 . De acuerdo al siguiente gráfico:



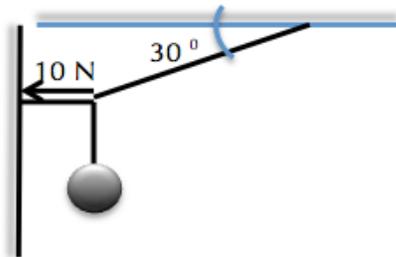
$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$x_c = \frac{m_1(0) + m_2(0) + m_3(3)}{m_1 + m_2 + m_3} = 1.6m$$

$$y_c = \frac{m_1(2) + m_2(0) + m_3(0)}{m_1 + m_2 + m_3} = 0.27m$$

1.4 Problemario

1. Una caja con una masa de 5 Kg es arrastrada por un plano horizontal, la fuerza que se le aplica es de 15 N. Calcular la aceleración de la caja.
2. Calcular la tensión en el cable que forma parte del sistema, que sostiene una masa de 2 Kg, ver el diagrama siguiente.

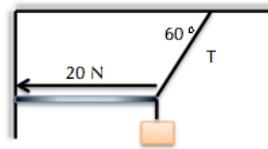


3. En un balancín se encuentran jugando dos niños, uno de ellos ejerce un peso de 500 N, mientras que el otro un peso de 450 N, si suponemos que el balancín tiene una distancia de 5 metros de largo y pesa 200 N y además sabemos que el niño de 500 N de peso se encuentra sentado a 2 metros del punto de equilibrio del balancín, a que distancia se debe colocar el niño de 450 N de peso para que el sistema quede en equilibrio.

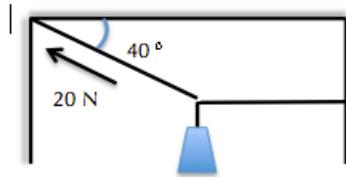
1.5 Autoevaluación

1. Calcular la fuerza **F** con la que se arrastra una caja de masa igual a 2 Kg sobre un plano horizontal a una aceleración de 0.5 M/s^2 .

2. Calcular la tensión **T** en el cable del sistema de una caja de **1.5 kg** sostenida de acuerdo al diagrama (se desprecia el peso del cable).



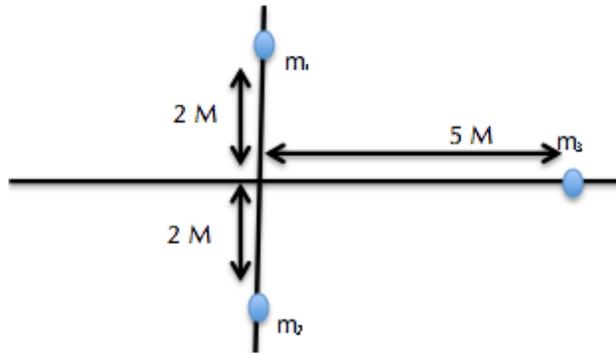
3. Calcular la tensión en el cable y la masa desconocida del sistema en equilibrio



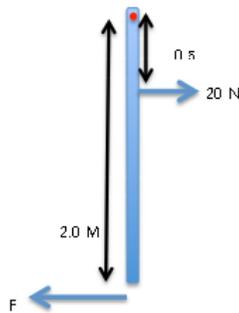
4. Se tiene una barra de 5 metros de largo y masa =20000 N, apoyada en uno de sus extremos y a 4 metros de este; calcular el peso máximo que se puede apoyar en el extremo opuesto a los apoyos sin que gire la barra (según el diagrama).



5. Calcular el centro de gravedad de los siguientes objetos si las masas $m_1 = 2 \text{ Kg}$; $m_2 = 3 \text{ Kg}$ y $m_3 = 2 \text{ Kg}$. Considerando el siguiente gráfico:



6. Calcular la fuerza F , que se aplica en el sistema en equilibrio del siguiente gráfico.



Centro de giro

1.6 Soluciones del problemario

1. Para resolver este problema primero debemos de considerar la fórmula para conocer la Fuerza que de acuerdo a la 2ª ley de Newton:

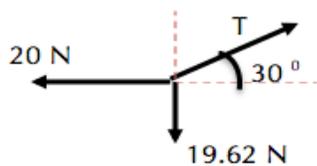
$$F = ma$$

Donde **F**= Fuerza (Newtons [kg m/s^2]), **m** = masa (Kilogramos) y **a** = aceleración (m/s^2).

$$\text{Despejando } a = \frac{F}{m} = \frac{15 \text{ kg m/s}^2}{5 \text{ kg}}$$

$$\mathbf{a = 3 \text{ m/s}^2}$$

2. Para resolver este problema primero debemos presentar el diagrama de cuerpo libre.



$$W = mg = (2 \text{ Kg})(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = 19.62 \text{ N}$$

Sumando todas las fuerzas a lo largo del eje de las **x**(negritas) tenemos:

$$\Sigma F(x) = 0 ; -20 \text{ N} + T \cos(30) = 0 ; -20 + 0.8660T = 0 ; T_x = 20/0.8660 = 23.094 \text{ N}$$

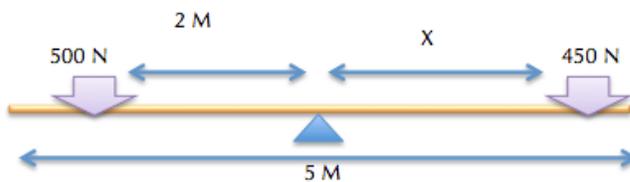
Sumando todas las fuerzas a lo largo del eje de las **y** tenemos

$$\Sigma F(y) = 0 ; - 19.62 \text{ N} + T \text{sen}(30) = 0; - 20 + 0.5T = 0; T y = \frac{20}{0.5} = 10 \text{ N}$$

Aplicando el teorema de Pitágoras

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = \sqrt{(23.094 \text{ N})^2 + (10 \text{ N})^2} = 25.167 \text{ N}$$

3. Para solucionar este problema debemos de comprenderlo.



La primera condición de equilibrio del sistema nos indica que la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el balancín debe de ser igual a cero, es decir, la suma de los momentos del sistema debe ser igual a cero.

Así tenemos $M_1 = M_2$; pero como el momento es igual a la masa por la distancia tenemos que;

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 = 0, \text{ haciendo este analisis desde el punto de equilibrio.}$$

$$m_1 x_1 = m_2 x$$

De donde $x = m_1 x_1 / m_2$; $= (500 \text{ N})(2\text{M}) / (450 \text{ N})$ tenemos que la distancia donde debe de colocarse el niño para que el sistema este balanceado es de **2.22 M**.

1.7 Soluciones de la autoevaluación

1. 1 N
2. $T = 24.85 \text{ N}$
3. $T = 12.85 \text{ N}$, $m = 1.5617 \text{ Kg}$
4. 30,000 N
5. $X_c = 1.43 \text{ M}$, $Y_c = 0.2857 \text{ M}$
6. 5 N

1.8 Conclusiones

En la búsqueda de explicar los fenómenos naturales muchos científicos han dedicado parte de su vida a observar, tratar de explicar y justificar muchos fenómenos. El encontrar explicaciones que satisfagan la curiosidad humana, que permita mejorar la vida cotidiana, llegar a lugares impensables en otras épocas, ha modificado el pensamiento del ser humano y la historia se ha ido escribiendo a la par de avances científicos y tecnológicos.

Te invitamos a conocer la vida y obra de este y otros científicos, esperando encuentres la inspiración para seguir profundizando en la física, ciencia que día a día brinda nuevas aportaciones.

URL:

http://en.wikipedia.org/wiki/Center_of_Grav

<http://theory.uwinnipeg.ca/physics/rot/node2.html#SECTION00810000000000000000>

<http://www.fisicafundamental.net/index.html>

<http://estudiarfisica.wordpress.com>

<http://es.scribd.com/doc/36421033/Soluciones-Fisica-Tipler-Mosca-5a-Edicion-Completo-V1>

Capítulo II.

Ecuaciones de movimiento en dos dimensiones

Que la ciencia es importante es algo que pocos niegan ya. Muestra de semejante importancia es la frecuencia con la que cualquiera se puede encontrar con todo tipo de términos científicos: electrón, trayectoria orbital, planeta, agujero negro, cromosoma, conjetura matemática, infinito...

Ernst P. Fisher (2006) El gato de Schrödinger en el árbol de Mandelbrot. Barcelona: Crítica

Nota: Este documento contiene integrales y derivadas solo como apoyo para explicar, son descriptoras de la realidad, los cálculos se apoyan en la capacidad matemática para un bachiller que ha cursado álgebra y geometría.

2.1. Movimiento

La **cinemática** es el estudio y la descripción del movimiento, sin tener en cuenta las causas que lo originan (las fuerzas). Es un análisis de trayectorias en función del tiempo, involucrando conceptos de velocidad, aceleración y dimensiones espaciales. El **espacio** y el **tiempo** para el caso de la física clásica se consideran **absolutos**.



Fig. 2.1 Movimiento de alas de mariposa monarca.

Las alas de esta mariposa monarca en los bosques de Michoacán se están moviendo, probablemente puedes pensar en muchos otros ejemplos de cosas en movimiento, basta tan solo mirar a tu alrededor. Si observas algo moverse, tus ojos se moverán. Así que ya sabes por experiencia lo que es el movimiento. No hay duda de que parece un concepto bastante simple. Sin embargo, en este texto descubrirás que no es tan simple como parece.

En la ciencia, el **movimiento** se define como un cambio de posición. La posición de un objeto es su ubicación espacial. Además de las alas de la mariposa en la imagen de apertura, se puede ver otros ejemplos de movimiento en las siguientes figuras. En cada caso, la posición de algo está cambiando.

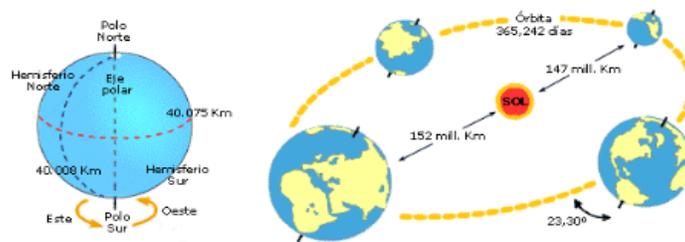


Fig. 2.2 Movientes.

El automóvil y sus pasajeros están acelerando; nuestro planeta tierra gira sobre su eje y se traslada alrededor del sol a 29.8 km/s; los bailarines cambian sus posiciones corporales siguiendo la música. Estos ejemplos muestran que la forma en que percibimos el movimiento depende de nuestro marco de referencia. Por **marco de referencia** nos referimos a algo que no se mueve con respecto a un observador, que se puede utilizar para detectar el movimiento. Para los niños en un autobús, al utilizar otros niños que viajan en el autobús como su marco de referencia, que no

parecen estar en movimiento. Pero si se utilizan objetos fuera del autobús como su marco de referencia, se puede decir que se están moviendo. El video en el enlace de abajo ilustra otros ejemplos de cómo el marco de referencia está relacionado con el movimiento. Para reflexionar sobre los sistemas de referencia, ingrese la siguiente URL en su navegador de Internet: http://www.amnh.org/learn/pd/physical_science/week2/frame_reference.html previamente instale el <http://get.adobe.com/es/shockwave/> . Revise los siguientes videos para ejemplificar sobre marcos de referencia:

<https://www.youtube.com/watch?v=7jBCZh-6lWg>

<https://www.youtube.com/watch?v=uiQ7r0VkJAgU>

<https://www.youtube.com/watch?v=kXa3BRRdIH8>

<https://www.youtube.com/watch?v=ATaQ2JD5fd0>

<https://www.youtube.com/watch?v=htGlherjPmQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=jUOSDwTSBTc>

https://www.youtube.com/watch?v=edaw_kjmxss

El tiempo como tic tac de un reloj. Es el inexorable paso de una cantidad no recuperable, esos momentos preciosos que fluyen como instantes lejos de la voluntad y los límites de nuestra existencia, es ese algo que en el vuelo de la música que expone la espera de un devenir pasado por silencio y sonido, es la memoria de ese poeta llamado Octavio Paz en la opinión de un lector 100 años después de su nacimiento en 2014, es ese viajero del tiempo que es forzado a ir en una dirección narrativa. El tiempo nos expresa dónde estamos, hacia donde vamos. Solo cuando percibimos el tiempo percibimos la velocidad, la aceleración, las fuerzas y el movimiento. El tiempo marca el nacimiento de un niño, del universo, el final de nuestras vidas; el periodo para alcanzar el estado de equilibrio de un sistema en desorden y sin saber si habrá un final para los tiempos de nuestro universo, estamos seguros que en el tiempo de esta lectura, hay valor en la reflexión, como el verdadero tiempo que importa a la conciencia de hombres de materia, células y código ADN.

El tiempo narrativo dice Vargas Llosa:

Lo primero que hace, ahora, es desvelar el misterio del momento en que un libro lo hechiza: “¡Depende del género!”, aclara. “En la poesía la clave está en los primeros versos. Si no son buenos, difícilmente remontará y al lector se le va acabando su tiempo. En la novela, en cambio, eso puede **retrasarse** y no siempre las primeras páginas guardan la maravilla que puede venir. Por eso, de alguna manera, entiendo a Gide cuando rechazó publicar ***En busca del tiempo perdido***, de Proust, lo que lo llevaría a arrepentirse toda la vida. Hay otras novelas que desde las primeras palabras te capturan, como *Cien años de soledad* con ese comienzo extraordinario; o *Moby Dick*, con ese ‘Digamos que me llamo Ismael’, tan enigmático; o *El Quijote* con ‘En un lugar de La Mancha de cuyo...’ con su misterio y musicalidad. Como decía Borges, lo que no es excelente no es poesía, por eso me dediqué a la novela¹¹...”.

2.2 El tiempo es esa referencia de cambio infinitesimal

Si digo que mi hijo nació en el hospital de la Salud, Morelia Michoacán, sabrá dónde en el espacio ocurrió este milagroso evento donde se llevó a cabo una transformación de la realidad. Lo más probable, sin embargo, es que Usted considere que la información es incompleta hasta que yo añada que nació a las 7:59 am del 7 de junio de 1997, de acuerdo con el reloj en la pared de la sala de parto. Eso es solo un ejemplo de la importancia del tiempo en nuestras vidas. Sirve como un enlace a todo en nuestro mundo, no importa lo que pase, y cuando esto sucede, siempre podemos relacionarlo con cualquier otra cosa en el momento en que se produjo.

Desde la antigüedad, los seres humanos han entendido la relación entre el tiempo y el movimiento. Si camino desde un extremo de Morelia a otro, y cada vez camino más rápido me toma menos tiempo para llegar allí. Los primeros esfuerzos de la humanidad para medir y marcar el tiempo vinieron del concepto de movimiento, en una escala mayor: la del Sol, la Luna, los planetas y estrellas que se mueven en el cielo. Sin la herramienta observacional moderna, a simple vista nuestros antepasados observaban viajar al Sol a través del cielo de este a oeste cada día. También vieron el Sol reemplazado cada noche por las estrellas, que se movían en la misma dirección, todas aparentemente giran alrededor de un solo punto en el cielo del norte. Al rastrear sus posiciones para cientos, y luego miles de días, estos primeros astrónomos descubrieron que el

Sol y las estrellas siguieron caminos predecibles que cambian en ciclos repetitivos. Cuando ellos también se dieron cuenta de que esos ciclos que coinciden con las estaciones podían planificar su vida alrededor de ellos. Cuando ciertos patrones de estrellas aparecieron exactamente al atardecer o amanecer, sabían acerca de cuánto tiempo duraría la luz del día, cómo lo caliente o frío que sería el tiempo climático, y cuántos días se quedaría de esa manera. Con esta conciencia del paso del tiempo, los antiguos crearon sociedades y comunidades agrícolas, que luego se convirtieron en civilizaciones como la Maya, la Purépecha y la Occidental. Así nació el calendario, y la idea del año. Calendario de continua importancia de la agenda en el mundo que hoy es testigo de la labor de los primeros observadores de la cúpula celeste.

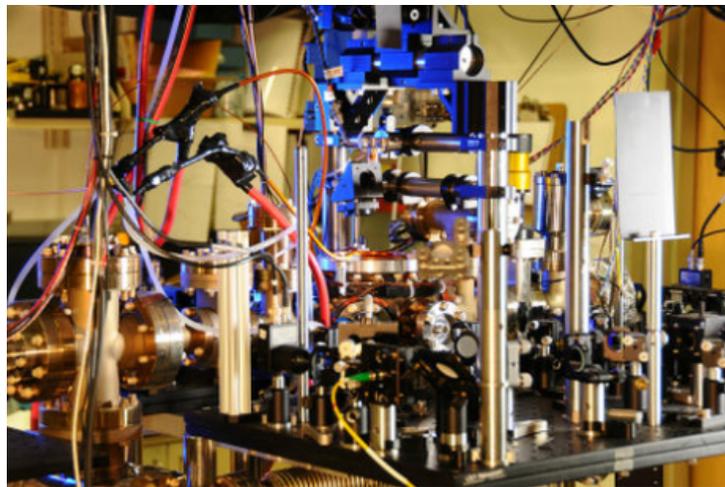


Fig. 2.3 Reloj atómico mexicano (Investigadores del Centro Nacional de Metrología (CENAM), ubicado en Querétaro <https://www.youtube.com/watch?v=yc7Tqt1wwKA>)

Gracias a la tecnología de los relojes modernos, el conocimiento de los patrones de las estrellas de temporada, una vez tan necesario para la supervivencia humana, se ha relegado a la condición de una afición útil. La capacidad de la humanidad para mantener la hora exacta, es una larga historia. Cuando Isaac Newton elaboró sus ideas sobre la velocidad y la fuerza, todo lo cual dependía del tiempo como clave, los primeros relojes de péndulo relativamente fueron recientemente construidos, y fueron capaces de mantener la hora con una precisión de alrededor de un minuto para la referencia al día. Relojes en edificios y relojes portátiles eran 10 veces menos precisos. A mediados del siglo XVIII, cuando el ingeniero británico John Harrison diseñó un cronómetro marino que podía mantener la hora con una precisión de un segundo por día, claro que los relojes no son útiles en absoluto para la navegación. Hoy en día, se fabrican muchos y

mejores relojes, como los atómicos; midiendo la resonancia de frecuencias, se pueden ordenar como "vibraciones" atómicas causadas por la absorción y emisión de luz de cesio cuidadosamente procesados, rubidio, u otros átomos, se puede ahora medir el paso del tiempo con una precisión de 0.00000003 segundos por año. Como el caso del reloj atómico mexicano que da la hora oficial en los Estados Unidos Mexicanos (http://www.cenam.mx/hora_oficial/).

2.3 Pero... el tiempo no es una muy buena referencia

La dificultad que hemos tenido históricamente en medir el tiempo con precisión relevante es una gran ironía: a pesar de su importancia como referente en nuestras vidas modernas y en la historia, la percepción del tiempo de un ser humano es tremendamente subjetiva y temblorosamente inconsistente. Los psicólogos hablan de "tiempo fenomenológico", que pasa rápidamente o lentamente sobre la base de lo que vivimos, cómo estamos pensando y sintiendo lo que vivimos a través de la experiencia, y lo que recordamos después de la experiencia que ha terminado. Así el tiempo fenomenológico vuela cuando uno se divierte, y arrastra su pesadez cuando por ejemplo vivimos la tediosa burocracia administrativa. Otros sociólogos explican que el tiempo es un recurso que todos asignamos, eficaz o no, a las cosas que nos importan y queremos alcanzar. Y otros interpretan a su vez, no como una serie lineal de eventos monolíticos, sino como numerosos flujos de eventos que fluyen en paralelo (policlínica). Es por eso que, por ejemplo, un "minuto de Morelia" puede ir más rápido que cualquier otro en un tiempo en que no somos conscientes de su valor. Por último, están los que sintetizan todas estas ideas y llegan a construcciones tales como el "tiempo cíclico", "tiempo helicoidal", y muchas más topologías cronológicas como: la dilatación del tiempo, tiempo subordinado por zonas, tiempo real, diacrónicos, sincrónicos, cronológicos¹².

Nuestras experiencias humanas implican que el paso del tiempo es una forma imperfecta de anclar nuestras vidas y calibrar nuestra historia. Por otra parte, las bases astronómicas y físicas de tiempo de medición a la Tierra girando sobre su eje, la órbita de la Luna, la órbita de la Tierra alrededor del Sol son algo más complejo -estancia, para cualquier necesidad humana práctica, constante e inquebrantable-. Así que para poner todos nuestros relojes individuales en una referencia común, hemos aprendido a confiar en relojes más o menos idénticos, que se definen por convención mundial y sobre la base de ambos movimientos macroscópicos y microscópicos: los giros y las órbitas de la Tierra, subdivididos utilizando resonancias atómicas. Es el horario

mundial tan socorrido para la actividad global, URL http://24timezones.com/reloj_hora_exacta.php; es llamado tiempo universal coordinado UTC, referido en términos de relojes atómicos, y ya no en términos del meridiano de Greenwich GMT. El reloj de la hora Internet BMT se emplea para sincronizar las computadoras con ayuda de servidores de tiempo del protocolo simple de tiempo SNTP (Network Time Protocol) que emplea el algoritmo de Marzullo y el de Lamport. En un ordenador el tiempo se calcula con el apoyo de un oscilador de cuarzo, es decir, en términos de su frecuencia, sin embargo, no es algo fácil sincronizar todas las máquinas de la red de cómputo internacional¹³.

La noción de tiempo fijo o absoluto, por lo tanto, habita en nuestro desarrollo, el tiempo es un problema de nuestra propia tecnología. El reto fundamental de entender el tiempo en el universo surge de la necesidad social de la humanidad para sincronizar los esfuerzos y experiencias de las personas, con el fin de producir resultados que ningún individuo puede producir por sí solo. Esta fuerza motriz fundamental de la sociedad - para llegar a tiempo- había sido ya arraigada en la psique humana durante miles de años, cuando Albert Einstein propuso su nuevo modelo para el tiempo en 1905, en su mente luchó con la idea de que el tiempo realmente no es absoluto, descubre que es flexible, maleable y deformable, tal vez no deberíamos ser demasiado duros con nosotros mismos al aprender este concepto.

2.4 El tiempo es una dimensión

Cuando Albert Einstein irrumpió en la escena científica en 1905, anuló por completo nuestro concepto del tiempo. A finales del siglo XIX, uno de los objetivos más importantes de la investigación en las ciencias físicas fue entender las medidas de interferometría de Michelson y Morley. Este experimento demostró que el movimiento de la luz no sigue las leyes del movimiento fundadas en la época de Newton. ¿Qué estaba mal con la teoría existente que hizo que el comportamiento de luz se conceptualizará de forma diferente de lo esperado?

Una posibilidad, de que los objetos cambien su longitud en función de cómo se están moviendo, desafió el sentido mismo de la velocidad, o la velocidad de movimiento a través del espacio. Como la velocidad se mide en un intervalo de distancia dividida por un intervalo de tiempo (por

ejemplo, a una milla por hora o un metro por segundo), la naturaleza del tiempo se convirtió en parte de la discusión. Si la longitud pudiera cambiar con el movimiento, ¿el tiempo podría hacer lo mismo?

En su primer documento histórico sobre la relatividad, Einstein explicó que cualquier medida de la longitud o el tiempo depende del movimiento, tanto del "medidor" y el "mensurado." Bueno, si la longitud cambia cuando se mueve, y el tiempo cambia cuando se mueve, entonces es natural considerar la longitud y el tiempo para ser el mismo tipo de construcción física. Eso significa que el tiempo es una dimensión, de la misma forma en que la longitud, la anchura, y la altura son dimensiones. -Están vinculados espacio y tiempo, están íntimamente unidos, no somos criaturas tridimensionales que ocupan espacio, somos criaturas de cuatro dimensiones que ocupan espacio-tiempo-. El tiempo es la cuarta dimensión.

Einstein cimentó la idea del tiempo como una dimensión cuando desarrolló la Teoría General de la Relatividad. Aún así, casi un siglo después de su confirmación científica, el concepto se siente extranjero. Por un lado, ya que podemos cambiar las velocidades a medida que viajamos por el espacio, si el tiempo es una dimensión, entonces debemos ser capaces de cambiar las velocidades a medida que avanzamos en el tiempo, ¿verdad? bueno, podemos y por extraño que pueda parecer, es el punto clave para recordar cuando pensamos en el tiempo, el movimiento y el significado de la relatividad.

2.5 Posición, distancia y desplazamiento

Con el fin de estudiar la forma en que algo se mueve, debemos saber dónde está. Esta ubicación es la **posición** de un objeto. Para visualizar la posición de los objetos en movimiento en línea recta, se puede imaginar que el objeto está en una recta numérica. Se puede colocar en cualquier punto de la recta numérica en los números positivos o los números negativos. Es común para elegir la posición original del objeto estar en la marca cero. Al hacer la marca en el cero, el punto de referencia que se ha elegido es un marco de referencia en el origen. La posición exacta de un objeto es la separación entre el objeto y el punto de referencia.

Cuando un objeto se mueve, a menudo nos referimos a la cantidad que varía, esa que se mueve, como la distancia. La **distancia** no necesita un punto de referencia y no necesita una dirección. Si

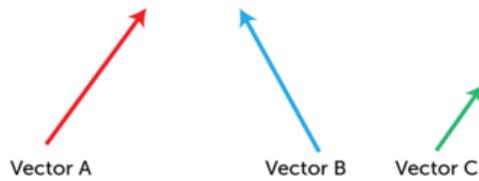
un automóvil se desplaza 70 kilómetros, la distancia recorrida es de 70 kilómetros sin tener en cuenta el punto de partida o de la dirección del movimiento. Si queremos encontrar la posición final del automóvil, sin embargo, debemos tener la distancia recorrida y dirección para determinar la posición final, es decir, necesitamos conocer el punto de partida y la dirección del movimiento. El cambio de la posición del objeto se llama desplazamiento, este, debe incluir una dirección, porque la posición final puede ser, ya sea en la dirección positiva o negativa a lo largo de la línea numérica de la posición inicial. El desplazamiento es una magnitud vectorial.

En conclusión, la longitud recorrida por un objeto en movimiento en cualquier dirección, o incluso que cambia de dirección se llama distancia. La ubicación de un objeto en un marco de referencia se denomina posición. Para el movimiento en línea recta, las posiciones se pueden mostrar usando una recta numérica. La separación entre la posición original y final se llama desplazamiento.

2.6 Velocidad y dirección

La velocidad te dice la **rapidez** con que se mueve un objeto, la rapidez es un escalar. La rapidez no te dice la dirección en que se mueve el objeto. La **velocidad** es un vector, incluye rapidez y dirección a la vez. Un vector es la medición, incluye tanto la magnitud y la dirección. Los vectores a menudo son representados por segmentos de rectas con flechas en un espacio geométrico. Cuando se utiliza el vector para representar la velocidad, la longitud representa la rapidez y el ángulo del mismo es la dirección.

Los objetos tienen la misma velocidad solo si se están moviendo con la misma rapidez y en la misma dirección. Objetos que se mueven con diferente rapidez, en diferentes direcciones, o ambos tienen diferentes velocidades. Observe las flechas **A** y **B** de la figura siguiente, representan objetos que tienen diferentes velocidades sólo porque se están moviendo en diferentes direcciones. **A** y **C** representan los objetos que tienen diferentes velocidades solo porque se mueven con rapidez diferente. Objetos representados por **B** y **C** tienen diferentes velocidades, ya que se mueven en diferentes direcciones y diferente rapidez. La rapidez instantánea, es el movimiento en un instante, si unimos el concepto a al de dirección, esta será una velocidad instantánea. Cuando una partícula se mueve con rapidez constante la aceleración es cero.



Las unidades de la rapidez son m/s; cm/año; km/h; ft/s; mi/s.

Se puede calcular la **velocidad media** de un objeto en movimiento que no está cambiando de dirección al dividir la distancia a que el objeto viaja por el tiempo que se tarda en recorrer esa distancia. Usted podría utilizar esta fórmula:

$$velocidad = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{\Delta \text{desplazamiento}}{\text{tiempo}} = m/s$$

$$velocidad = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

Esta es la misma fórmula que se utiliza para el cálculo de la velocidad media, representa la velocidad solo si la respuesta incluye también la dirección en la que el objeto está viajando. Por ejemplo, una bicicleta se desplaza a 40 metros en 20 segundos antes de que pare. La velocidad de la bicicleta es:

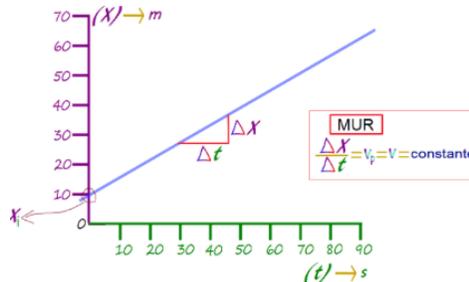
$$\vec{v} = \frac{d}{t} = \frac{40m}{20s} = 2m/s \text{ norte}$$

donde **d** es distancia, **t** el tiempo, \vec{v} es la velocidad media.

La norma de la **velocidad media** de un cuerpo es igual a la distancia total entre el tiempo total. La norma de la velocidad media es mayor que la velocidad media porque la distancia total recorrida es mayor en un desplazamiento total.

La **velocidad instantánea** de un objeto es la velocidad del objeto en un momento dado. Si el objeto se está moviendo con rapidez constante, entonces la velocidad instantánea en cada

momento es la velocidad media, es decir, la pendiente es la velocidad promedio, que para el caso de una recta de trayectoria será constante.



$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Es la pendiente de la curva $x(t)$.

Esta última expresión es la velocidad instantánea cuando el tiempo tiende infinitesimalmente a cero. Quizás se pregunte como puede haber velocidad en una partícula en un instante si no hay desplazamiento, recuerde por la definición de la derivada, cada punto de la curva es en realidad un

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

que pertenece a un polígono regular de n número de lados: **círculo**.

La **velocidad relativa** se calcula como la variación de velocidad observada desde un marco de referencia respecto a otro marco de referencia. Si usted viaja por la avenida acueducto en Morelia en una combi a 40 km/h (V_a) todos los ocupantes viajan también a esa velocidad respecto del marco de referencia **C**. Respecto de una persona que caminó a 1 km/h (V_b) con marco de referencia **C** paralelamente al movimiento de la combi. Los observadores **A** y **B** por un tercer observador en marco de referencia **C** sentados en una banca, ve la velocidad relativa de V_a y V_b respectivamente, V_{ab} definida por:

$$V_{ba} = v_b - v_a$$

Esta velocidad relativa es válida para cuando las \mathbf{v}_a y \mathbf{v}_b son relativamente muy bajas respecto de la velocidad de la luz. Einstein con el empleo de las transformadas de Lorentz descubre que a velocidades de la luz esta expresión es errónea.

2.7 Movimiento acelerado

Para el **movimiento acelerado** (la velocidad está en constante cambio), la posición frente al gráfico de tiempo será una línea curva. La pendiente de la línea curva en cualquier punto es la velocidad instantánea en ese momento. Si estuviéramos calculando la aceleración media, esta será el cambio de la velocidad instantánea en un intervalo de tiempo particular:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

dada en m/s^2 . La aceleración instantánea será entonces

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Es decir, es la pendiente de la curva $\mathbf{v}(t)$.

Ejemplo 1: Un coche acelera a lo largo de una carretera recta desde el reposo hasta 100 km / h en

5 s ¿Cuál es la magnitud de su aceleración media?

Solución:

La aceleración de este problema se lee como kilómetros por hora por segundo. En este caso, es deseable tener **m** y segundos. Para eliminar este problema, convertimos las unidades de horas a segundos. La conversión de los originales **100 km/h a m/s, da 27.78 m/s.**

$$a_m = \frac{27.78m/s}{5s} = 20m/s^2$$

Ejemplo 2: Un automóvil se está moviendo a lo largo de una carretera recta en la dirección positiva y el conductor pisa el freno. Si la velocidad inicial es 45 m/s y en 7 s, se requiere que se reduzca a 5 m / s, ¿cuál fue la desaceleración del automóvil?

Solución:

$$a_m = \frac{-40m/s}{7s} = -5.7m/s^2$$

Tenga en cuenta que una aceleración no es más que un cambio en la velocidad. Este cambio puede ser positivo o negativo. Un cambio negativo, tal como que en el ejemplo anterior, se denomina a veces la aceleración negativa o desaceleración.

Aceleración uniforme. La aceleración que no cambia con el tiempo se llama uniforme o aceleración constante, no cambia en módulo. La velocidad en el comienzo del intervalo de tiempo se llama velocidad inicial, V_i , y la velocidad al final del intervalo de tiempo se llama velocidad final, V_f . En un gráfico de velocidad vs tiempo para la aceleración uniforme, la pendiente de la línea es la aceleración. Con la aceleración media de una partícula, podemos determinar cuánto cambiará la velocidad en un tiempo

$$\Delta v = a \times t$$

Si la partícula ya tenía una velocidad inicial, su velocidad final al cabo de un tiempo t , se calcula sumando el incremento o reducción de cambio de la velocidad al valor inicial.

$$v_f = v_i + \Delta v$$

$$\Delta v = a \times t$$

$$v_f = v_i + (a \times t)$$

$$v_f = v_i + (a \times t)$$

$$v_f = v_i + (at)$$

$$t = \frac{v_f - v_i}{a}$$

Desplazamiento durante la aceleración constante. Cuando la aceleración es constante, hay tres ecuaciones que relacionan el desplazamiento de dos de las otras tres cantidades que usamos para describir el movimiento tiempo, velocidad, y aceleración. Estas ecuaciones solo funcionan cuando la aceleración es constante, pero hay, por suerte, un buen número de casos de movimiento donde la aceleración es constante. Uno de los más comunes, si ignoramos la resistencia del aire, son los objetos que caen, debido a la gravedad.

Cuando un objeto se mueve con velocidad constante, el desplazamiento se puede encontrar multiplicando la velocidad por el intervalo de tiempo, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$d = vt$$

Si la partícula se mueve con aceleración constante, pero no a una velocidad constante, podemos utilizar una derivación de esta ecuación. En lugar de utilizar v , como la velocidad, debemos calcular y usar la velocidad media usando esta ecuación:

$$v_m = \frac{1}{2}(v_f + v_i)$$

La distancia para acelerar de manera uniforme el movimiento se puede encontrar multiplicando la velocidad media por el tiempo.

$$d = \frac{1}{2}(v_f + v_i)t$$

(Ec. 1)

Sabemos que la velocidad final para el movimiento constantemente acelerado se puede encontrar multiplicando el tiempo de aceleración y añadiendo el resultado a la velocidad inicial:

$$v_f = v_i + at$$

(Ec.2)

La segunda ecuación que relaciona el desplazamiento, tiempo, velocidad inicial, y velocidad final se genera mediante la sustitución de esta ecuación en la ecuación 1.

$$d = \frac{1}{2}(v_f + v_i)t = \frac{1}{2}v_f t + \frac{1}{2}v_i t$$

Sabemos que

$$v_f = v_i + at$$

Por lo tanto:

$$d = \frac{1}{2}v_i t + \frac{1}{2}t(v_i + at)$$

$$d = \frac{1}{2}v_i t + \frac{1}{2}v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

$$d = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

(Ec.3)

Si resolvemos la primera ecuación y la sustituimos en la segunda:

$$t = \frac{v_f - v_i}{a}$$

$$d = \frac{1}{2}(v_f + v_i) \left(\frac{v_f - v_i}{a} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{v_f^2 - v_i^2}{a} \right)$$

Así que para V_f :

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

(Ec. 4)

Tome en cuenta que estas cuatro ecuaciones son válidas solo cuando la aceleración es constante. En muchos casos, la velocidad inicial se puede ajustar a cero y se simplifican las ecuaciones considerablemente. Cuando la aceleración es constante y la velocidad inicial es cero, las ecuaciones pueden simplificarse a:

$$d = \frac{1}{2}v_f t$$

$$v_f = at$$

$$d = \frac{1}{2}at^2$$

$$v_f^2 = 2ad$$

Ejemplo 3: Si un automóvil con una velocidad de 5.0m/s acelera a razón de 8.0 m/s² durante 2.5 s, ¿cuál es la velocidad final?

Solución:

$$v_f = v_i + at = 5m/s + (8m/s^2)(2.5s) = 25m/s$$

Ejemplo 4: Si un coche frena de 27.0 m/s con una aceleración de -4.0 m/s², ¿cuánto tiempo se requiere para llegar a 7 m/s?

Solución:

$$v_f = v_i + at$$

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{7m/s - 27m/s}{-4m/s^2} = 5s$$

Ejemplo 5: Calcule el tiempo para una velocidad de 7.5 m/s y una distancia recorrida de 78 m.

Solución:

$$v = \frac{d}{t}$$
$$t = \frac{d}{v} = \frac{78\text{m}}{7.5\text{m/s}} = 10.4\text{s}$$

Ejemplo 6: Calcule el tiempo para una aceleración de 23 m/s^2 , una velocidad inicial de 12 m/s y una distancia de 45 m .

Solución:

Debemos primeramente despejar el tiempo de

$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

Despeje:

Para el despeje podemos apoyarnos en WolframAlpha



WolframAlpha[®] computational... knowledge engine

$d=vt+(1/2)a*t^2$ for t

Examples Random

$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\frac{a t^2}{2} + t v = d \text{ por } \frac{2}{a}$$

$$t^2 + \frac{2 t v}{a} = \frac{2 d}{a} \text{ completando el cuadrado}$$

$$t^2 + \frac{2 t v}{a} + \frac{v^2}{a^2} = \frac{2 d}{a} + \frac{v^2}{a^2}$$

$$\left(t + \frac{v}{a} \right)^2 = \frac{2 d}{a} + \frac{v^2}{a^2}$$

$$t + \frac{v}{a} = \sqrt{\frac{2 d}{a} + \frac{v^2}{a^2}}$$

$$t = -\frac{v}{a} + \sqrt{\frac{2 a d + v^2}{a^2}} = -\frac{v}{a} + \sqrt{\frac{2 a d + v^2}{a}}$$

$$t = \frac{-v + \sqrt{2 a d + v^2}}{a}$$

$$t = \frac{-(12 \text{ m/s}) + \sqrt{2(23 \text{ m/s}^2)(45 \text{ m}) + (12 \text{ m/s})^2}}{23 \text{ m/s}^2}$$

$$t = 1.524 \text{ s}$$

Ejemplo 7: Calcule el tiempo para una aceleración de 145 m/s^2 , una velocidad inicial de 13 m/s y una velocidad final de 67 m/s .

Solución:

$$v_f = v_i + a t$$

$$v_f - v_i = a t$$

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{67 \text{ m/s} - 13 \text{ m/s}}{145 \text{ m/s}^2} = 0.3724 \text{ s}$$

Ejemplo 8: Calcule la desaceleración de una partícula con 34m/s de velocidad inicial, se desplaza una distancia de 21 m en 8 s.

Solución:

$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\frac{1}{2} a t^2 = d - v_i t$$

$$a t^2 = 2(d - v_i t)$$

$$a = \frac{2(d - v_i t)}{t^2} = \frac{2(21m - 34m/s(8s))}{(8s)^2} = \frac{-251}{64} = -7.84375m/s^2$$

Ejemplo 9: Calcule la aceleración de una partícula con 6m/s de velocidad inicial, con 7m/s de velocidad final y se desplaza una distancia de 8m.

Solución:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

$$2ad = v_f^2 - v_i^2$$

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d} = \frac{(7m/s)^2 - (6m/s)^2}{2(8m)} = 0.8125m/s^2$$

Ejemplo 10: Calcule la aceleración de una partícula con 23 m/s de velocidad inicial, con 48 m/s de velocidad final y 13 s.

Solución:

$$v_f = v_i + at$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{48m/s - 23m/s}{13s} = 1.923m/s^2$$

Ejemplo 11: Calcule la velocidad final de una partícula con aceleración de 89 m/s^2 , velocidad inicial de 37 m/s y un tiempo de 6 s .

Solución:

$$v_f = v_i + at$$

$$v_f = (37 \text{ m/s}) + (89 \text{ m/s}^2)(6 \text{ s}) = 571 \text{ m/s} = 2056 \text{ km/h}$$

Ejemplo 12: Calcule la velocidad final de una partícula con aceleración de 12 m/s^2 , velocidad inicial de 8 m/s y distancia de 30 m .

Solución:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + 2ad} = \sqrt{(8 \text{ m/s})^2 + 2(12 \text{ m/s}^2)(30 \text{ m})} = 28 \text{ m/s}$$

Ejemplo 13: Calcule la velocidad inicial de una partícula con aceleración de 4 m/s^2 , velocidad final de 58 m/s y un tiempo de 11 s .

Solución:

$$v_f = v_i + at$$

$$-v_i = -v_f + at$$

$$v_i = v_f - at = 58 \text{ m/s} - (4 \text{ m/s}^2)(11 \text{ s}) = 14 \text{ m/s}$$

Ejemplo 14: Calcule la velocidad inicial de una partícula con aceleración de 7 m/s^2 , una distancia de 97 m y velocidad final de 178 m/s .

Solución:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

$$v_i = \sqrt{v_f^2 - 2ad} = \sqrt{(178\text{m/s})^2 - 2(7\text{m/s}^2)(97\text{m})} = 176.08\text{m/s}$$

Ejemplo 15: Calcule la velocidad inicial de una partícula con aceleración de 3 m/s^2 , que recorre 150 m en 3 s.

Solución:

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_i t$$

$$v_i = \frac{d}{t} - \frac{at^2}{2} = \frac{150\text{m}}{3\text{s}} - \frac{(3\text{m/s}^2)(3\text{s})^2}{2} = 36.5\text{m/s}$$

Ejemplo 16: Calcule la velocidad media en km/h para un movimiento de una partícula de 5 m en 10s.

Solución:

$$\bar{v} = \frac{d}{t}$$

$$\bar{v} = \frac{5\text{m}}{10\text{s}} = 0.5\text{km/h}$$

Ejemplo 17: Calcule la distancia de una partícula con velocidad de 20m/s en 10s.

Solución:

$$d = vt$$

$$d = (20\text{m/s})(10\text{s}) = 200\text{m}$$

Ejemplo 18: Calcule la distancia de una partícula con aceleración de 5 m/s^2 , velocidad inicial de 4 m/s y un tiempo de 8 s.

Solución:

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_i t$$

$$d = \frac{1}{2}(5m/s^2)(8s)^2 + (4m/s)(8s) = 192m$$

Ejemplo 19: Calcule la distancia de una partícula con aceleración de 4 m/s^2 , velocidad inicial de 0 m/s y una velocidad final de 7 m/s .

Solución:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

$$d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{(7m/s)^2 - (0m/s)^2}{2(4m/s^2)} = 6.125m$$

Ejemplo 20: Calcule el momento de una masa de 157 kg con velocidad de 15 m/s .

Solución:

$$\rho = mv$$

$$\rho = (157kg)(15m/s) = 2355kg \cdot m/s$$

2.8 Cálculo de la caída libre

Un problema clásico de movimiento uniformemente acelerado es la caída vertical a la tierra de un objeto debido a la gravedad, es común ignorar la resistencia del aire; de acuerdo con Galileo Galilei es aquel que, partiendo del reposo, adquiere, en tiempos iguales, iguales incrementos de rapidez¹⁴:

“Si un móvil cae, partiendo del reposo, con un movimiento uniformemente acelerado, los espacios por los recorridos en cualquier tiempo que sea están entre sí como el cuadrado de la proporción entre los tiempos, o lo que es lo mismo, como los cuadrados de los tiempos”.

Llamamos a esta aceleración la gravedad en la tierra y le damos el símbolo **g**. El valor de **g** es 9.80m/s^2 en la dirección hacia abajo. Todas las ecuaciones que implican una aceleración constante se pueden utilizar para los cuerpos que caen, donde **g** sustituye a “**a**”. Considérese la distancia de bajada como positiva.

$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

para caída libre la velocidad inicial es cero $g=a$

$$d = \frac{1}{2} g t^2$$

Ejemplo 21: Calcule el desplazamiento de una roca que se deja caer de un risco de 400 m, para 1 s, 2 s y 8 s después.

Solución: Estamos en busca del desplazamiento, tenemos tiempo y aceleración. Por lo tanto,

podemos utilizar

$$d = \frac{1}{2} g t^2$$

Desplazamiento después de 1 s:

$$d = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} (9.8\text{m/s}^2)(1\text{s})^2 = 4.90\text{m}$$

Desplazamiento después de 2 s:

$$d = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} (9.8\text{m/s}^2)(2\text{s})^2 = 19.6\text{m}$$

Desplazamiento después de 8 s:

$$d = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} (9.8\text{m/s}^2)(8\text{s})^2 = 313.6\text{m}$$

Para calcular la gravedad es indispensable introducir la constante gravitacional universal que aparece en la ley de gravedad de Newton, fue obtenida por Henry Cavendish en 1798, es

calculada de forma empírica como la fuerza de atracción gravitacional producida entre dos objetos de 1 kg separados 1 m de distancia.

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

Tenga presente que la gravitación es una propiedad de atracción de los cuerpos materiales, es una de las cinco fuerzas del universo y de acuerdo con la ley gravitacional de Newton:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

donde **d** es la distancia entre las masas m_1 y m_2 .

Si una de las masas es mucho más grande que la otra, es conveniente definir un campo gravitatorio alrededor de la masa más grande de la siguiente manera:

$$g = \frac{Gm}{d^2} \hat{r}$$

donde **m** es la masa del cuerpo más grande, y **r** es un vector unitario dirigido desde la gran masa a la masa más pequeña, **d** es el radio de la masa. El signo indica que la fuerza, es una fuerza de atracción. Si la masa de la tierra es de $m = 5.9721986 \times 10^{24} \text{ kg}$ y el radio $d = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$, **g** en la superficie de la tierra (nivel del mar) es de:

$$g = \frac{Gm}{d^2} \hat{r} = 9.821 \text{ m/s}^2$$

Para calcular la aceleración gravitacional o simplemente gravedad a diferentes alturas sobre el nivel del mar:

$$g = \frac{Gm}{(d+h)^2}$$

Morelia se encuentra 1.921 km sobre el nivel del mar, para esta altura calculemos la gravedad g:

$$g = \frac{Gm}{(d+h)^2} = \frac{G(5.9721986 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6.37 \times 10^6 \text{ m} + (1921 \text{ m}))^2} = 9.81 \text{ m/s}^2$$

Ejemplo 22: Calcule la aceleración gravitacional a nivel de la Ciudad de México (2240 m sobre el nivel del mar).

Solución:

$$g = \frac{Gm}{(d+h)^2} = \frac{G(5.9721986 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6.37 \times 10^6 \text{ m} + (2240 \text{ m}))^2} = 9.814 \text{ m/s}^2$$

2.9 Tiro vertical

Si lanzamos un objeto hacia arriba a una velocidad inicial de escape, es la velocidad mínima con la que un cuerpo debe lanzarse para que escape a la atracción gravitacional de la tierra. Para calcular la velocidad de escape formulamos la suma de las energías cinética y potencial:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{R} \quad \text{ó} \quad mgh$$

donde **R** es la distancia entre la partícula y el centro del Planeta Tierra; **G** es la constante de gravitación universal; **M** la masa de la tierra y **m** la masa de la partícula; **h** la altura; **g** la gravedad. *Energía potencial gravitatoria de una masa **m** en un punto del espacio es el trabajo que realiza el campo gravitatorio para trasladar la masa **m** desde dicho punto hasta el infinito.*

$$E_c = E_p$$

$$E_c - E_p = 0$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - G \frac{M \cdot m}{R} = 0$$

$$v^2 = \frac{2GM}{R}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Por tanto, la velocidad de escape V_e :

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 11.19 \text{ km/s o } 40280 \text{ km/h}$$

Ejemplo 23: Calcule el lanzamiento vertical de una pelota con velocidad inicial de 34 m/s y su velocidad final es 0m/s, con aceleración gravitacional de -9.80 m/s^2 . ¿qué tan alto va a ir antes de detenerse? y ¿cuál es el tiempo antes de volver la mano del lanzador?

Solución:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

$$d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{-(34 \text{ m/s})^2}{2(-9.80 \text{ m/s}^2)} = 58.97 \text{ m}$$

Para calcular el tiempo, obtenemos la velocidad media es al mitad de la velocidad inicial, es decir, de 17 m/s y como conocemos la distancia de 58.97 m

$$t = \frac{d}{v} = \frac{58.97 \text{ m}}{17 \text{ m/s}} = 3.4 \text{ s}$$

2.10 Representación gráfica

Desplazamiento – tiempo

Para un gráfico de la posición en función del tiempo. La pendiente es el cambio de posición respecto del tiempo, donde el aumento es el desplazamiento, por lo tanto:

$$\text{Pendiente} = \text{velocidad} = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

Ver URL:

<https://www.youtube.com/watch?v=F2phFPswFDE>

https://www.youtube.com/watch?v=rbnq--Gyhk8#aid=P8ioj9_skpg

Velocidad – tiempo

Para un gráfico de la velocidad en función del tiempo. La pendiente es cambio de velocidad en el tiempo, donde el aumento es el cambio en aceleración en el desplazamiento en el tiempo, por lo tanto,

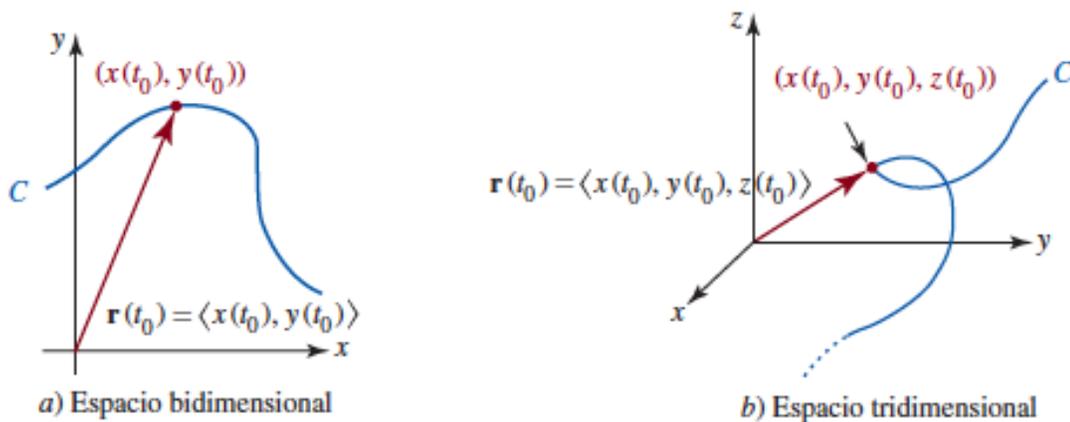
$$\text{Pendiente} = \text{aceleración} = \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

Ver Url:

<https://www.youtube.com/watch?v=bFHLwNZVZIO>

2.11 Determinar el movimiento en tres dimensiones

Para trabajar con problemas de movimiento en dos o tres dimensiones, es necesario traer aquí los conocimientos de vectores aprendidos en sus cursos de matemáticas, así como emplear las ecuaciones de movimiento en términos de funciones vectoriales de desplazamiento, velocidad y aceleración.



Nuestro análisis comienza con el movimiento de proyectiles en dos y tres dimensiones, en la sección anterior analizamos el movimiento en una dimensión. Es el que ocurre a lo largo de una línea recta, solo requerimos una coordenada en x o en y en caso de caída libre. Para este caso de dos o más dimensiones, el punto de lanzamiento es $\mathbf{p}(x_0, y_0)$ o $\mathbf{p}(x_0, y_0, z_0)$. Si lanzamos un proyectil y conocemos sus componentes vectoriales las componentes cartesianas de la velocidad

vienen dadas por las derivadas respecto al tiempo de las componentes de la posición, cuando el móvil describe una trayectoria $\mathbf{r}(t)$, es la superposición de tres movimientos unidimensionales considerando las trayectorias de \mathbf{r} en una terna de $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$; es decir, $\mathbf{x}(t)=x$, $\mathbf{y}(t)=y$; $\mathbf{z}(t)=z$. Para cada proyección sobre los ejes podemos aplicar entonces las ecuaciones del movimiento unidimensional (como si fuera a lo largo de una línea recta) así definimos la trayectoria como una función vectorial de posición:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

Por tanto la velocidad:

$$\vec{v}(t) = \frac{d}{dt} \left[x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k} \right]$$

$$\vec{v}(t) = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

Matemáticamente ello equivale a tratar el movimiento tridimensional como una combinación de tres movimientos unidimensionales. Por ello, podemos hallar cada componente de la posición integrando la componente de la velocidad correspondiente:

$$x = x_o + \int v_x dt$$

$$y = y_o + \int v_y dt$$

$$z = z_o + \int v_z dt$$

Las componentes cartesianas de la aceleración son las derivadas temporales de las componentes de la velocidad (y segundas derivadas de las de la posición):

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt} \left[v(t)\hat{i} + v(t)\hat{j} + v(t)\hat{k} \right]$$

$$\vec{a}(t) = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k}$$

En ingeniería es común trabajar con funciones de trayectoria de movimiento en su forma paramétrica de t , donde cada componente x, y, z están en función del tiempo.

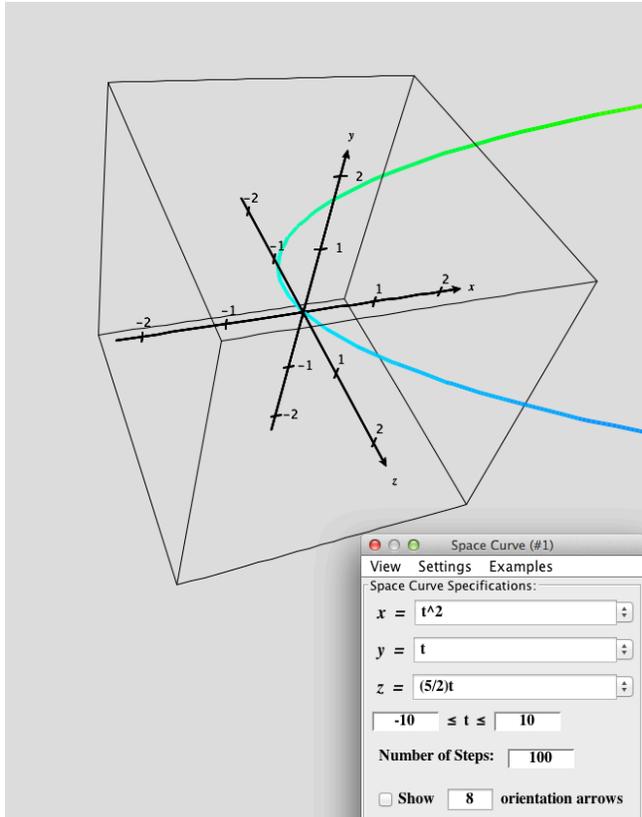


parametric space curves ☆

	parametric equations
conical spiral	$x(t) = r t \cos(a t)$ $y(t) = r t \sin(a t)$ $z(t) = t$
helix	$x(t) = \cos(t) r$ $y(t) = \sin(t) r$ $z(t) = t c$
Seiffert's spherical spiral	$x(t) = r \operatorname{sn}(t a^2) \cos(a t)$ $y(t) = r \operatorname{sn}(t a^2) \sin(a t)$ $z(t) = r \operatorname{cn}(t a^2)$
spherical spiral	$x(t) = \frac{r \cos(t)}{\sqrt{a^2 t^2 + 1}}$ $y(t) = \frac{r \sin(t)}{\sqrt{a^2 t^2 + 1}}$ $z(t) = -\frac{a r t}{\sqrt{a^2 t^2 + 1}}$
Steinmetz curve	$x(t) = \cos(t) a$ $y(t) = \sin(t) a$ $z(t) = \sqrt{b^2 - \sin^2(t) a^2}$
Viviani's curve	$x(t) = a (\cos(t) + 1)$ $y(t) = a \sin(t)$ $z(t) = 2 a \sin\left(\frac{t}{2}\right)$

Ejemplo 24: La trayectoria de una partícula está dada por $r(t)=t^2i+tj+(5/2)tk$. Grafique con <http://web.monroecc.edu/manila/webfiles/calcNSF/JavaCode/CalcPlot3D.htm>, <http://web.monroecc.edu/calcNSF/> y calcule la velocidad y aceleración en $t=2$.

Solución:



ParametricPlot3D [$t^2, t, (5/2)t$]

Examples Random

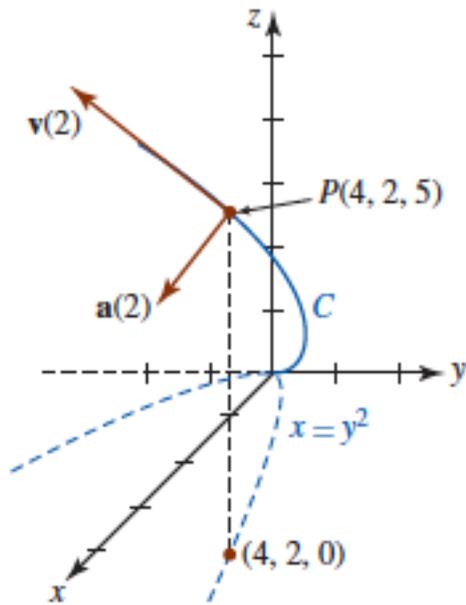
Velocidad es la derivada de $\mathbf{r}(t)$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{r}'(t) = 2t\hat{i} + \hat{j} + (5/2)\hat{k} = [2t, 1, 5/2]$$

La aceleración derivada de la velocidad

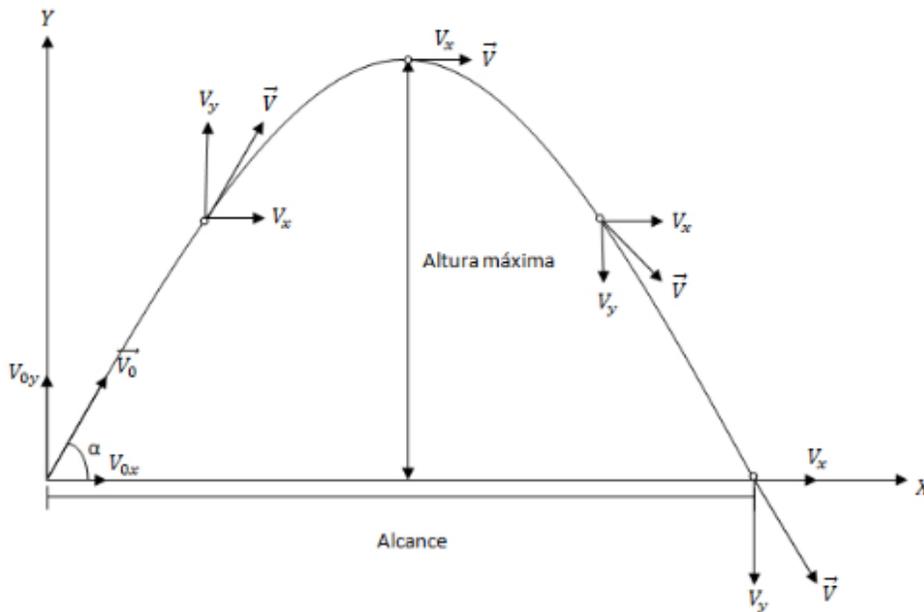
$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{v}'(t) = 2\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k} = [2, 0, 0]$$

En $t=2$ el punto es $\mathbf{r}(2)=[4, 2, 5]$; la velocidad $\mathbf{v}(2)=[4, 1, 5/2]$ y la aceleración $\mathbf{a}(2)=[2, 0, 0]$



2.12 Tiro parabólico en dos dimensiones

Un movimiento de proyectiles, puede ser el lanzamiento de una flecha de arco, un cañón o cohetes balísticos, en donde interviene la acción vertical \mathbf{g} , se desprecia la resistencia del aire en la acción horizontal es decir:



$$a = -g \hat{j}$$

$$a_x = 0$$

En este movimiento parabólico interviene el ángulo de lanzamiento del proyectil, altura y desplazamiento.

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos \theta \hat{i} + v_0 \sin \theta \hat{j}$$

$$\vec{a} = -g \hat{j}$$

V_0 es el módulo de la velocidad inicial

$\theta = \alpha$ es el ángulo de la velocidad inicial sobre la horizontal

g es la aceleración de la gravedad

\hat{i}, \hat{j} son los vectores unitarios sobre los ejes x, y

$$\text{Si la } \vec{a} = \frac{dv}{dt} = -g \hat{j}$$

entonces integramos y sumamos a la velocidad inicial

$$\int dv(t) = \int -g \hat{j} dt$$

$$v(t) = -gt \hat{j}$$

y la velocidad inicial es

$$v(0) = v_{0x} \hat{i} + v_{0y} \hat{j}$$

$$v(t) = v_{0x} \hat{i} + (v_{0y} - gt) \hat{j}$$

Ec. de velocidad

Si la posición es

$$v = \frac{dr}{dt} = v_{0x} \hat{i} + (v_{0y} - gt) \hat{j}$$

y

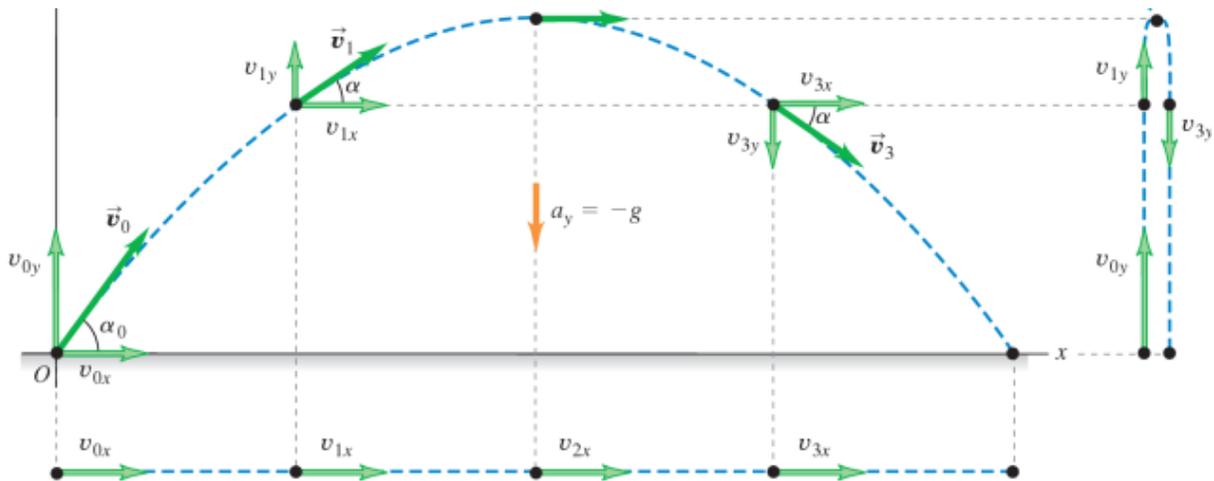
$$v(0) = v_{0x} \hat{i} + v_{0y} \hat{j}$$

Por tanto si integramos y sumamos a la posición inicial

$$r(t) = (v_{0x}t + x_0)\hat{i} + \left(-\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0\right)\hat{j}$$

Ec. de la posición

Este movimiento parabólico del proyectil está formado por dos movimientos, uno horizontal dado por la velocidad y otro vertical dado por la aceleración uniforme de la gravedad.



La posición esta definida por posición del movimiento horizontal

$$x(t) = vt \cos \alpha \quad \text{Ec. 1}$$

en la dirección vertical

$$y(t) = vt \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{Ec. 2}$$

Estamos interesados en el momento en que el proyectil vuelve a la misma altura que salió proyectado. Veamos t en ese momento cuando la altura del proyectil es igual a su valor inicial.

$$y(t) = vt \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2$$

Despejando t

$$t = \frac{2v \sin(\alpha)}{g} \quad \text{Ec. 3}$$

Esta solución es útil para determinar el alcance del proyectil. Al sustituir Ec. 3 en Ec. 1 del movimiento horizontal:

$$x = \frac{2v^2 \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha}{g}$$

Observe que

$$\operatorname{sen}(2x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$$

∴

$$x = \frac{2v \operatorname{sen}(\alpha)}{g}$$

La altura máxima del proyectil será donde v en y valen cero y su componente vertical:

$$v_y = 0$$

$$v_y = v_{0y} - gt = 0$$

$$t_m = \frac{v_{0y}}{g}$$

t_m este es el tiempo para que h sea la altura máxima en ese punto:

$$h = v_{0y} t_m - \frac{1}{2} g t_m^2$$

Para cuando conocemos velocidad y ángulo de salida:

$$y = v_{0y} t$$

$$\frac{v_y + v_{0y}}{2} = \frac{v_{0y} + v_{0y}}{2} = \frac{v_{0y}}{2}$$

sí

$$0 = v_{0y} - g t_m$$

$$t_m = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{(v_{0y} \operatorname{sen} \alpha)^2}{2g}$$

$$h = \frac{v_{0y}^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{2g}$$

Ejemplo 24-A: Se lanza un proyectil con una velocidad inicial de 50 m/s y una dirección de salida de 24°. Suponiendo despreciable los efectos del aire, calcular **a)** el tiempo de traslado, **b)** la máxima altura y **c)** el alcance en el que cae el proyectil.

Solución:

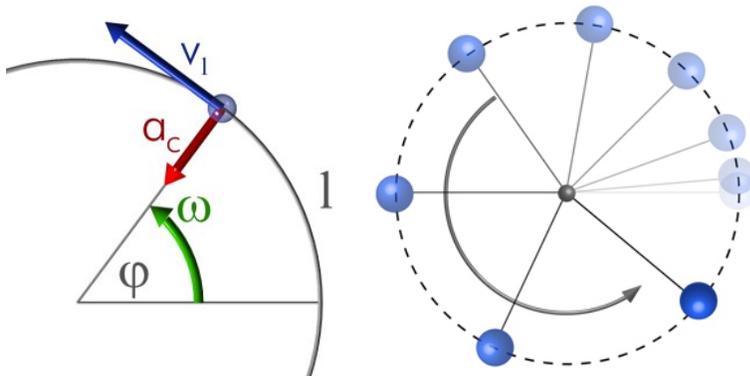
$$a) \quad t = \frac{2v \operatorname{sen} \alpha}{g} = \frac{2(50 \text{ m/s}) \operatorname{sen}(24)}{g} = 4.148 \text{ s}$$

$$b) \quad h = \frac{v^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{2g} = \frac{((50 \text{ m/s}) (\operatorname{sen}^2(24)))}{2g} = 21.09 \text{ m}$$

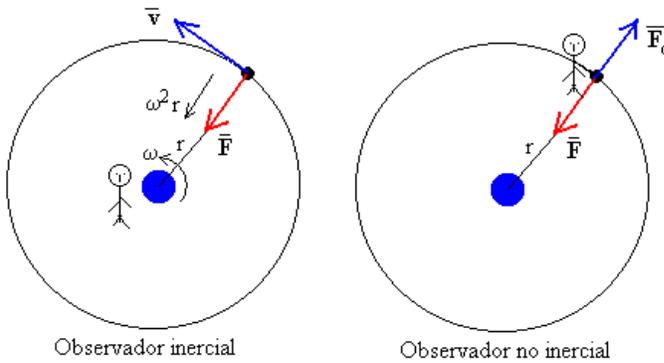
$$c) \quad x = \frac{2v^2 \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha}{g} = \frac{v^2 \operatorname{sen}(2\alpha)}{g} = \frac{(50 \text{ m/s})^2 \operatorname{sen}(2(24))}{g} = 189.4 \text{ m}$$

2.13 Movimiento circular uniforme

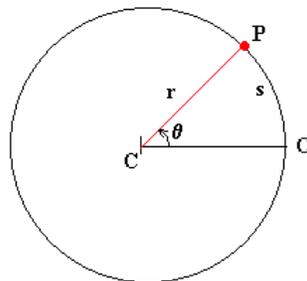
El movimiento circular describe la cinética y dinámica de péndulos, giros en espiral, órbitas de planetas, giros de ruedas de bicicletas, centrifugas, discos duros,... es un ámbito de conceptos como eje de giro, arco como unidad de longitud del espacio recorrido, velocidad angular como la rapidez de desplazamiento; aceleración angular, momento angular, posición. Este movimiento giratorio en su desplazamiento de arco, es similar al movimiento uniforme ya estudiado.



Es importante definir donde está el observador de este movimiento, de ello depende el análisis del mismo.



La dinámica del movimiento es percibida desde el eje de giro, desde el observador situado en la partícula que está en equilibrio entre las fuerzas de acción de atracción y centrífuga, no existe movimiento inercial. Este movimiento circular sigue una trayectoria de circunferencia, las magnitudes de posición angular θ dadas por la referencia de origen cero, el centro y un punto del móvil en un instante t . Donde el ángulo θ es el arco s entre el radio r de la circunferencia de trayectoria, $\theta = s/r$. La **posición angular** es el cociente entre longitud s de arco y radio r .



En un instante t' la posición P' el móvil se habrá desplazado

$$\Delta\theta = \theta - \theta' \quad \text{Ec. 1}$$

en un intervalo de tiempo $\Delta t = t - t'$

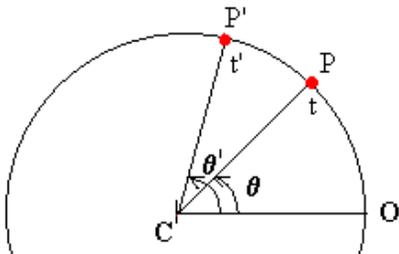
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

La velocidad angular promedio es

$$\omega = \frac{\theta_1 - \theta_0}{t} \quad \text{Ec. 2}$$

Por tanto la **velocidad angular** es

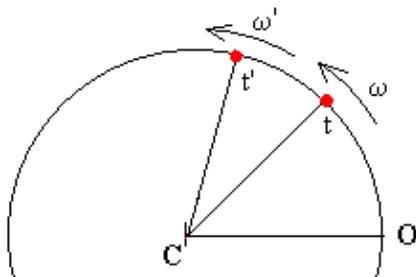
$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$



$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

El cambio de velocidad angular **angular**.

la denominamos **aceleración**



$$a = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t} \quad \text{Ec. 3.}$$

El **movimiento circular uniforme** es definido cuando la velocidad angular ω es constante y la aceleración angular es cero. En el movimiento circular uniformemente acelerado la aceleración es constante.

El desplazamiento angular implica calcular frecuencia y tiempo. La frecuencia angular es dada en radianes por segundo.

Despejando de ecuación 3:

$$\omega_1 = \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 + at$$

$$d\theta = \omega_0 dt + at dt$$

$$\int d\theta = \int \omega_0 dt + \int at dt$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad \text{Ec. 4}$$

La ecuación 4 la podemos deducir por otro camino:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_0}{2}$$

dado que

$$\theta = \omega t \quad \therefore \omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\omega_1 = \omega_0 + at$$

$$\frac{\theta}{t} = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_0)$$

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_0)t = \frac{1}{2}\omega_1 t + \frac{1}{2}\omega_0 t$$

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_0 + at)t + \frac{1}{2}\omega_0 t$$

$$\theta = \frac{1}{2}\omega_0 t + at^2 + \frac{1}{2}\omega_0 t$$

$$\theta = \omega_0 t + at^2$$

Si despejamos t de la ecuación 3 y sustituimos en

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_0)t$$

\therefore

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_0)\left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{a}\right)$$

$$\theta = \frac{1}{2a}(\omega_1^2 - \omega_0^2)$$

Despejando la velocidad angular final

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2a\theta \quad \text{Ec. 5}$$

El torque neto τ es igual a I momento inercial del cuerpo con respecto al eje de rotación, por la a aceleración angular:

$$I = mr^2$$

$$\tau = I\alpha$$

Comparando las ecuaciones de movimiento, podemos reconocer las equivalentes entre el movimiento lineal y el rotatorio.

(1) $\mathbf{s} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0$	(11) $\theta = \theta_1 - \theta_0$
(2) $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0}{t} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t}$	(12) $\omega = \frac{\theta_1 - \theta_0}{t} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$
(3) $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0}{t} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$	(13) $\alpha = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
(4) $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} t$	(14) $\omega_1 = \omega_0 + \alpha t$
(5) $\mathbf{s} = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2$	(15) $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
(6) $\mathbf{v}_1^2 = \mathbf{v}_0^2 + 2 \mathbf{a} \mathbf{s}$	(16) $\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2 \alpha \theta$
(7) $\mathbf{s} = \frac{1}{2} (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1) t$	(17) $\theta = \frac{1}{2} (\omega_0 + \omega_1) t$
(8) $\mathbf{F} = m \mathbf{a}$	(18) $\mathbf{T} = \mathbf{I} \alpha$

Nota: Hemos utilizado como símbolo de aceleración angular \mathbf{a} , en algunos libros se emplea el símbolo α .

Ejemplo 25: Calcule el desplazamiento angular para una frecuencia angular de $\omega = 34 \text{ rad/s}$ y un tiempo de 3 s.

Solución:

Si el desplazamiento angular promedio es $\theta = \omega t$ el valor es de 102 radianes o 16.23 revoluciones.

La frecuencia es dada en hercios

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

donde **T** es el periodo que tarda el móvil en dar una vuelta de circunferencia.

Ejemplo 26: Calcule el desplazamiento angular con frecuencia inicial angular de 23 rad/s, aceleración angular de 2 rad/s² para un tiempo de 48 s.

Solución:

$$\theta = \frac{1}{2}at^2 + \omega_0 t$$

$$\theta = \frac{1}{2}(2\text{rad/s}^2)(48\text{s})^2 + (23\text{rad/s})(48\text{s}) = 3408\text{rad}$$

Ejemplo 27: Calcule la desplazamiento angular con frecuencia inicial angular de 2 rad/s, frecuencia angular final de 23 rad/s y aceleración angular de 4 rad/s².

Solución:

$$\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2a\theta$$

$$\theta = \frac{\omega_f^2 - \omega_0^2}{2a}$$

$$\theta = \frac{\omega_f^2 - \omega_0^2}{2a} = \frac{(23\text{rad/s})^2 - (2\text{rad/s})^2}{2(4\text{rad/s}^2)} = 65.63\text{rad}$$

Ejemplo 28: Calcule la frecuencia angular media para un desplazamiento de 29 rad y un tiempo de 5 s.

Solución:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{29\text{rad}}{5\text{s}} = 5.8\text{rad/s}$$

Ejemplo 29: Calcule la frecuencia angular para una aceleración angular de 47 rad/s^2 en un tiempo de 6s.

Solución:

$$\omega = at = \alpha t$$

$$\omega = at = \alpha t = (47\text{rad/s}^2)(6\text{s}) = 282\text{rad/s}$$

Ejemplo 30: Calcule la frecuencia angular inicial para un desplazamiento angular de 89 rad, una frecuencia angular final de 90 rad/s y una aceleración angular de 12 rad/s^2 .

Solución:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2a\theta$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1^2 - 2a\theta}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1^2 - 2a\theta} = \sqrt{(90\text{rad/s})^2 - 2(12\text{rad/s}^2)(89\text{rad})} = 77.23\text{rad/s}$$

Ejemplo 31: Calcule la frecuencia angular inicial para una frecuencia angular final de 90 rad/s y una aceleración angular de 12 rad/s^2 en 4s.

Solución:

$$\omega_1 = \omega_0 + at$$

$$\omega_0 = \omega_1 - at$$

$$\omega_0 = \omega_1 - at = 90\text{rad/s} - (12\text{rad/s}^2)(4\text{s}) = 42\text{rad/s}$$

Ejemplo 32: Calcule la frecuencia angular final para un desplazamiento angular de 45 rad, frecuencia angular inicial de 2 rad/s y una aceleración angular de 12 rad/s^2 .

Solución:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2a\theta$$

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 + 2a\theta} = \sqrt{(2\text{rad})^2 + 2(12\text{rad} / \text{s}^2)(45\text{rad})} = 32.92\text{rad} / \text{s}$$

Ejemplo 32: Calcule la frecuencia angular final para una frecuencia angular inicial de 5 rad/s y una aceleración angular de 12 rad/s².

Solución:

$$\omega_1 = \omega_0 + at$$

$$\omega_1 = \omega_0 + at = (5\text{rad} / \text{s}) + (12\text{rad} / \text{s}^2)(5\text{s}) = 40\text{rad} / \text{s}$$

Ejemplo 33: Calcule la aceleración angular para un tiempo de 7s y una frecuencia angular de 13 rad/s.

Solución:

$$\omega = at$$

$$a = \frac{\omega}{t}$$

$$a = \frac{\omega}{t} = \frac{13\text{rad} / \text{s}}{7\text{s}} = 1.857\text{rad} / \text{s}^2$$

Ejemplo 34: Calcule la aceleración angular para un desplazamiento de 46 rad, una frecuencia angular inicial de 5 rad/s y una frecuencia angular final de 49 rad/s.

Solución:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2a\theta$$

$$a = \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2\theta}$$

$$a = \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{2\theta} = \frac{(49\text{rad} / \text{s})^2 - (5\text{rad} / \text{s})^2}{2(46\text{rad})} = 25.83\text{rad} / \text{s}^2$$

Ejemplo 35: Calcule la aceleración angular para un desplazamiento de 46 rad, una frecuencia angular inicial de 5 rad/s y un tiempo de 7 s.

Solución:

$$\theta = \frac{1}{2}at^2 + \omega_0 t$$

$$a = \frac{2(\theta - t\omega)}{t^2}$$

$$a = \frac{2(\theta - t\omega)}{t^2} = \frac{2(46\text{rad} - (7\text{s})(5\text{rad/s}))}{(7\text{s})^2} = 0.449\text{rad/s}^2$$

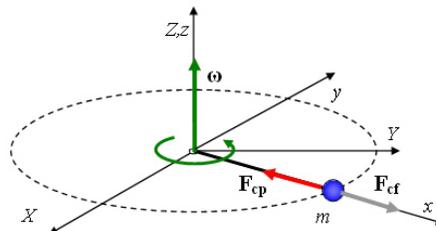
Ejemplo 36: Calcule el momento angular, con momento inercial de 2 kgm^2 y una velocidad angular de 13 rad/s.

Solución:

$$L = I\omega$$

$$L = L\omega = (2\text{kg}\cdot\text{m}^2) / (13\text{rad/s}) = 26\text{J}\cdot\text{s}$$

Fuerza centrípeta



Si una masa **m** se desplaza con velocidad angular **w** y experimenta una fuerza centrípeta **Fc** (siempre perpendicular), viajará en un círculo de radio **r**. La fuerza centrípeta es la dirigida hacia el centro de la curva de trayectoria circular de una partícula en movimiento circular uniforme, es responsable del cambio de dirección de la velocidad de la partícula. Por trigonometría:

$$r = \frac{mv^2}{F_c}$$

$$\vec{F}_c = \frac{mv^2}{r} \quad \text{Ec.1}$$

Por la segunda ley de Newton

$$\vec{F}_c = ma = \frac{mv^2}{r} = \frac{v^2}{r}$$

Sustituir en ecuación 1:

$$\omega = \frac{v}{r} \quad \therefore v = \omega r$$

\therefore

$$\vec{F}_c = mr\omega^2$$

La fuerza centrífuga **F_g**, sostienen los físicos que no es una fuerza real en el sentido de que es producida por un agente real. Es un efecto igual en módulo y dirección pero en sentido contrario a la fuerza centrípeta.

$$F_g = -F_c$$

Ejemplo 37: Calcule la aceleración centrípeta de una partícula con frecuencia angular 34 rad/s y un radio de 2 m.

Solución:

$$a = r\omega^2$$

$$a = r\omega^2 = (2\text{m})(34\text{rad/s})^2 = 2312\text{m/s}^2$$

Ejemplo 38: Calcule la aceleración centrípeta de una partícula con velocidad de rotación de 2 m/s y un radio de 4 m.

Solución:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\text{m/s})^2}{4\text{m}} = 1\text{m/s}^2$$

Ejemplo 38: Calcule la fuerza centrípeta de una partícula con velocidad angular de 23 rad/s, un radio de 5 m y una masa de 6 kg

Solución:

$$F_c = m \cdot r \cdot \omega^2$$

$$F_c = m \cdot r \cdot \omega^2 = (6\text{kg})(5\text{m})(23\text{rad/s})^2 = 15870\text{N}$$

Ejemplo 39: Calcule la fuerza centrípeta de una partícula con velocidad de rotación de 12 m/s, un radio de 2 m y una masa de 3 kg.

Solución:

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{(3\text{kg})(12\text{m/s})^2}{2\text{m}} = 216\text{N}$$

2.14 Problemario

1. Un avión de combate estableció una marca mundial al volar de Londres a Los Ángeles, recorriendo una distancia de 8790 km en 3h 47 min y 36 s ¿cuál fue su rapidez media en m/s?
2. Una avioneta Cessna que parte del reposo requiere una rapidez de despegue de 120 km/h ¿qué aceleración constante se necesita para que se eleve después de una carrera de despegue de 240 m? ¿cuánto tiempo toma el despegue?

3. Se lanza una piedra verticalmente hacia abajo con una velocidad de 25 m/s. Si el suelo se encuentra a 60 m, ¿en cuánto tiempo llegará al suelo? ¿en cuánto tiempo recorre la mitad de la distancia?

4. Un cirquero hace un acto de malabarismo parado en una plataforma a 7 m de altura, lanzando una pelota directamente hacia arriba con una velocidad de 12 m/s. Si se le escapa de las manos la pelota cuando va cayendo, ¿con qué velocidad llegará la pelota al piso?, ¿cuánto tiempo después de haber sido lanzada, llegará la pelota al piso?

5. Durante un partido de fútbol se patea un balón con una velocidad de 25 m/s y un ángulo de 35° sobre el nivel del piso. ¿Qué altura máxima logra el balón? ¿En cuánto tiempo llega nuevamente a la cancha? ¿Cuál es su alcance máximo?

6. Una persona que dirige un globo aerostático lanza una pelota a 25 m/s y 40° sobre el horizonte. Si en ese momento el globo flotaba a 100m de altura sobre un llano. ¿A qué distancia horizontal llegará la pelota al piso, respecto al punto de lanzamiento?

7. Para sacar agua de un pozo, se ata una cuerda a una polea fija de 20 cm de radio que se hace girar por medio de una manivela. Si el agua está a una profundidad de 18 m, ¿cuántas vueltas se necesitan para sacar una cubeta llena del líquido? Considerar que 1 vuelta = 1 revolución = 2π rad.

8. Un joven practica la pesca como aficionado y ata un contrapeso de plomo para pescar de 25 grs al extremo de un pedazo de cuerda, haciéndola girar alrededor de un círculo horizontal. Si el radio del círculo es de 70 cm y el objeto se mueve con una velocidad de 4 m/s. ¿Qué valor tiene la fuerza centrípeta?

9. La rueda de un molino industrial tiene un diámetro de 30.5 cm y gira a 2200 revoluciones por minuto. ¿Cuál es su velocidad lineal?

10. Una persona caminó 130 m al Norte, después recorrió 80 m al Este y finalmente 45 m al Noroeste. ¿Cuál fue la distancia total que recorrió?, ¿cuál fue su desplazamiento, si el tiempo total del recorrido fue de 12 min?, ¿cuál fue la rapidez media en m/s?

11. Cierta modelo de automóvil es capaz de acelerar a razón de 1.6 ft/s^2 . ¿Cuánto tiempo en segundos le toma pasar de una rapidez de 45 mi/h a una de 60 mi/h?, ¿qué distancia en **ft** logra tal cambio de velocidad? Considere que la abreviatura **mi** hace referencia a la unidad del sistema inglés millas, que equivale a 5280 **ft** (pies).

12. Un repartidor de pizzas viaja en su motocicleta para entregar un pedido circulando a 60 km/h. Repentinamente ve una zanja que cruza por completo la calle 30m delante de él, por lo que aplica una desaceleración de 4 m/s^2 . ¿Logra frenar antes de llegar a la zanja?. Calcula su distancia de frenado.

13. En su patio de maniobras un tren parte del reposo, y acelera a 4 ft/s^2 recorriendo una distancia de 400 ft. Después de esta distancia, viaja a rapidez constante durante 15 s. Al término de ese tiempo el tren inicia su frenado y logra detenerse 10 segundos después. ¿Cuál fue la distancia total recorrida?, ¿cuál fue el tiempo total de la maniobra?

14. Un joven deja caer un ladrillo desde un puente que está a 100 ft de altura sobre el nivel del agua. ¿Qué tiempo permanece el ladrillo en el aire?, ¿con qué velocidad golpea el agua?.

Considerar $g = 32.2 \text{ ft/s}^2$

15. Un joven lanza una pelota horizontalmente a 10 m/s desde un puente a 50 m sobre un río. Sin tener en cuenta la resistencia del aire. ¿Cuánto tiempo tardará la pelota en llegar al agua?, ¿cuál es

la velocidad de la pelota justo al momento de llegar al agua?, ¿a qué distancia del puente llegará la pelota?

16. Se lanza una pelota hacia arriba con una velocidad de 40 m/s formando un ángulo de 30° con la horizontal. La pelota cae en la azotea de una casa a 7 m de altura respecto al punto de donde fue lanzada. En su recorrido de caída ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?, ¿cuál es el tiempo total del recorrido?, ¿a qué distancia horizontal se encuentra el edificio respecto del punto de lanzamiento?

17. La llanta de una bicicleta profesional de carreras tiene un diámetro de 584 mm aproximadamente. En una etapa de calentamiento gira a 50 revoluciones por minuto (rpm). ¿Qué distancia recorrerá el ciclista en 45 segundos?

18. Determinar la aceleración angular que se genera en 10 s para un desplazamiento de 120 rad y una frecuencia angular inicial de 7.5 rad/s.

2.15 Soluciones

1. $v = 643.67 \text{ m/s}$
2. $a = 2.314 \text{ m/s}^2$, $t = 14.4 \text{ s}$
3. $t = 1.78 \text{ s}$, $t = 1.0 \text{ s}$
4. $v_f = 16.773 \text{ m/s}$, $t = 2.932 \text{ s}$
5. $h = y_{\text{max}} = 10.48 \text{ m}$, $t = 2.923 \text{ s}$, $x = 59.868 \text{ m}$
6. $x = 123.355 \text{ m}$
7. 14.32 vueltas
8. $F_c = 0.5714 \text{ N}$
9. $v = 35.13 \text{ m/s}$
10. $d = 255 \text{ m}$, $\vec{d} = 168.84 \text{ m}$ $\theta = 73.41^\circ$
11. $t = 13.75 \text{ s}$, $d = 1058.75 \text{ ft}$
12. No, $d = 34.721 \text{ m}$
13. $d = 1531.36 \text{ ft}$, $t = 39.142 \text{ s}$
14. $t = 2.492 \text{ s}$, $v_f = 80.249 \text{ ft/s}$
15. $t = 3.192 \text{ s}$, $v_f = 32.877 \text{ m/s}$, $x = 31.92 \text{ m}$
16. $y_{\text{max}} = 20.387 \text{ m}$, $t = 3.689 \text{ s}$, $x = 127.82 \text{ m}$

17. $s = 137.60 \text{ m}$

18. $a = 0.9 \text{ rad/s}^2$

2.16 Conclusiones

En este capítulo hemos revisado los diferentes tipos de movimientos que encontramos en nuestra vida cotidiana y seguramente te habrás dado cuenta que todo en el Universo se encuentra en movimiento. La Tierra sobre sí misma, alrededor del sol, la Luna alrededor de la Tierra, los electrones alrededor del núcleo, niños que corren y saltan, la sangre y otros fluidos, los músculos dentro del cuerpo humano, nubes desplazándose por el cielo, pájaros volando, árboles balanceándose, etc.

Estos tipos de movimiento revisados se unen y combinan de diferentes maneras para formar movimientos más complejos y de mayor grado de análisis, como podría ser el vuelo de un mosquito.

Seguimos invitándote a documentarte e investigar más acerca de éstos y otros temas de carácter científico, acercándote a lecturas que fácilmente puede encontrar en bibliotecas y medios electrónicos. La información que obtengas será de gran utilidad y te hará crecer y desarrollarte de forma integral. ¡Adelante!

URL's

<https://www.youtube.com/watch?v=mBAaaxT6U6A>

<https://www.youtube.com/watch?v=qWj8jPDE-vY>

http://www.fiscalab.com/formulario_tema/movimiento-dos-y-tres-dimensiones/avanzado

<https://www.youtube.com/watch?v=rBp40ryjqyc>

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/index.html

http://www.maa.org/programs/faculty-and-departments/course-communities/browse?term_node_tid_depth=40566

<http://web.monroecc.edu/manila/webfiles/calcNSF/JavaCode/CalcPlot3D.htm>

<http://www2.franciscan.edu/academic/mathsci/mathscienceintegation/MathScienceIntegation-827.htm>

<http://www.amnh.org/learn/Courses>

http://www.amnh.org/learn/space/Course_Preview

Capítulo III.

A 100 años de la teoría de la relatividad general

Albert Einstein descubrió apenas iniciando el siglo XX la relatividad especial y luego la general, de esta manera derribó hasta sus cimientos los conceptos de espacio y tiempo que la humanidad sostuvo como verdades intuitivas durante miles de años. Resulta incomprensible que la educación elemental no haya logrado en el siglo XX hacernos a todos los ciudadanos de estos conceptos revolucionarios. Solemos imaginar el espacio como algo indeformable y al tiempo, algo universal ligado a un reloj idéntico para todo lugar de nuestra galaxia, o nuestro universo. Tiempo y espacio dejan de ser independientes del contexto físico, la exigencia eterna se resquebraja, no hay historia antes del Bin Bang, porque no hay tiempo y espacio, este tejido se creó en un instante de la gran explosión. A pesar de que la relatividad ha sido un sistema matemático consolidado hasta los huesos desde principios del siglo pasado, la educación no ha hecho lo suficiente para que los ciudadanos cara a cara con la relatividad puedan ver el valor económico, tecnológico y militar que modificó la misma realidad del hombre. La relatividad es un cambio sísmico a la intuición.

Einstein después de presentar la versión definitiva de su teoría de la relatividad general en noviembre de 1915, comenzó a escribir un resumen completo de la teoría para la comunidad científica. Einstein imagino que las leyes de la naturaleza podrían ser formuladas en una serie de principios simples, y esta búsqueda de simplicidad debía explicar estos principios en términos intuitivos al público en general y transmitir felicidad de comprenderlos; el propio Einstein dijo: “no me perdono a mí mismo dolor alguno en el intento de lograr simplicidad y ser más inteligible¹⁵”. Este libro es un intento de permitir al lector general comprender y apreciar al grandeza de uno de los logros intelectuales más grandes de la mente humana, apelamos a la intuición del lector y asumimos que es su responsabilidad los conocimientos previos de nivel básico, así como de investigar todos los términos del texto. (Ver a modo de introducción “Teoría de la Relatividad: Viaje a la Relatividad” URL: https://www.youtube.com/watch?v=g27s_OdiTvo)

Casi todos los fenómenos mecánicos que observamos a nuestro alrededor todos los días tienen que ver con objetos que se mueven a velocidades bastante pequeñas en comparación a la velocidad de la luz. En la mecánica newtoniana usted ha aprendido a manejar estos casos, pues resulta, sin embargo, que la mecánica de Newton se desmorona por completo cuando la velocidad de un objeto ya no es insignificante en comparación a la velocidad de la luz. No solo la mecánica newtoniana en esta situación falla espectacularmente, además conduce a una variedad de situaciones paradójicas. La resolución de estas paradojas es dada por la teoría de la relatividad, una de las teorías más exitosas y precisas en toda la física. La naturaleza no es siempre sencilla, sin embargo, las consecuencias de la relatividad parecen burlar el sentido común de nuestra visión del mundo. Estamos acostumbrados a la idea de que nuestra posición no cambia con el tiempo cuando no estamos en movimiento, pero la relatividad implica que al paso del tiempo sí cambia. Sin embargo, veremos que la relatividad es una consecuencia inevitable de unos pocos principios simples y hechos experimentales. Por otra parte, el cómo resulta esta nueva descripción de la naturaleza es fundamental para entender correctamente la electricidad, el magnetismo y la tecnología moderna.

Propósito. Invitar al lector a participar activamente en el proceso de pensamiento de Einstein, de este modo reconocer a la física clásica newtoniana como un caso de aproximación general, además de evaluar el camino de preguntas y desafíos necesarios para consolidar la relatividad.

Habilidades de aprendizaje

1. Interiorizará las propuestas que explican la realidad relativista.
2. Identificará los hitos de la historia en el camino a la teoría de relatividad.
3. A partir de Galileo comprenderá las Transformaciones de Lorentz.
4. Definirá los principios de la relatividad.
5. Explicará la relatividad especial en términos del espaciotemporal.
6. Explicará $E=mc^2$

En la clásica novela de Issac Asimov "*Los propios dioses*", un oscuro químico del año 2070 topa accidentalmente con el mayor descubrimiento de todos los tiempos, la bomba de electrones, que produce energía ilimitada sin costo alguno. El impacto es inmediato y profundo. Es aclamado como el mayor científico de todos los tiempos por satisfacer la insaciable necesidad de energía por parte de la civilización. Esa sociedad pierde la cordura ante este poder que es traído por un agujero entre nuestro universo y otro, con consecuencias para la destrucción de nuestro propio universo.

Como la energía es tan importante para la civilización, que estudiarla conlleva la responsabilidad ética de emplearla a favor

del bienestar humano, no sea que una bomba nuclear sea activada por una mano de un suicida.

Isaac Asimov. Los propios dioses http://biblio3.url.edu.gt/Libros/2011/los_proDioses.pdf

3.1 Introducción

Algunos aseguran que la escuela está ajena a mirar a los avances de la ciencia, ¿dónde estamos entonces? Ya no se aprende haciendo preguntas y gestionando sus respuestas. Las escuelas ya no registran los cambios que están potenciando nuevas revoluciones tecnológicas.

La física recientemente con aceleradores de partículas se hace preguntas y gestiona sus respuestas. El *modelo estándar*, formado por un modelo estructural de la materia, compuesto por quarks, los gluones, los neutrinos y otras nueve partículas de materia, más partículas transmisoras de fuerzas; en el gran Colisionador de Hadrones se experimenta en lo desconocido, se especula la existencia del bosón de Higgs, una de las partículas faltantes del modelo estándar. La materia son átomos, la tabla periódica es todo lo que nos rodea y está combinado. El átomo está formado por electrones y quarks, y el bosón de Higgs es una partícula transmisoras de fuerza responsable de proporcionar masa a las otras partículas.

“El 4 de julio de 2012, el CERN anunció observar una nueva partícula, el bosón de Higgs¹⁶”.

Nota: Las partículas que componen la materia son llamadas fermiones y las que transportan energía bosones.

Leon Lederman en 1988 recibió el premio Nobel por probar la existencia de diferentes tipos de neutrinos. Lederman es quien da el nombre de “Partícula de Dios” a la partícula de Higgs por su importancia para el concepto de masa, como la pieza del rompecabezas del nivel más profundo de la materia que es todo lo que forma nuestro mundo, sin el bosón de Higgs los electrones no tendrían masa y se moverían a la velocidad de la luz.

La razón de este texto, es que se explique energía y masa, y para nada es algo que debemos plantear como trivial, las propias fuerzas del universo dependen del modelo estándar: gravedad

(gravitón), electromagnéticos (fotones), fuerza nuclear débil (bosón), fuerzas nuclear fuerte (gluones y hadrones). Pero todo comenzó en la oscuridad.

3.1.1 Primera época: calor, luz, métricas de energía

La aventura histórica del hombre por la alquimia es esa que nace en las tinieblas de la razón, precursora de la ciencia moderna, es un hito que marcó el comienzo por establecer leyes y experimentos que fundamentan el saber teórico físico para vincular matemáticamente explicaciones termodinámicas de las formas de intercambio energético de seres vivos, desafíos metalúrgicos, la temperatura de las estrellas,... desde el siglo XVI el fenómeno del calor, los alquimistas lo observaron en el vapor de agua, en la fabricación de vidrio, la pólvora, fabricación de cerámicas y telares.



Fig. 3.1 El laboratorio alquimista (Denon¹⁷)

El siglo XVI era un mundo que emergía con un occidente de mayor intercambio comercial y un oriente ortodoxo exótico y colorido. Occidente se propuso liberarse de los mitos, la magia y la

pedra filosofal, aunque no existían escuelas formales de estudios químicos, fue un trabajo autodidacta apoyado en los conocimientos de la matemática y la medicina de la época. La exploración comienza con la óptica y la astronomía de Copérnico. La necesidad de medir, controlar y producir energía para la naciente economía presionó por perfeccionar modelos más eficaces en el manejo de la temperatura, la presión y el manejo de fuentes de energía como el agua, la madera y el carbón mineral. Esta revolución científica parte del conocimiento milenario Chino, Islam e Indio.

Los personajes que son visibles por su contribución fueron Copérnico, Bacon, Leonardo da Vinci, Schwartz, Alberto el Grande, Al Khazani, Al Hazen y Al-Biruni; cada uno fabricó los propios modelos e instrumentos para explorar la experiencia de lo que sería la naciente termodinámica. El horno, el reloj, el jabón y la geometría analítica fueron de enorme interés en el diseño de un nuevo modo de vida del hombre urbano de la Europa occidental del siglo XVI, en especial en Inglaterra, Francia, Alemania, Italia y Holanda.

La academia del Cimento 1660 introduce el termómetro de alcohol a los experimentos de Torricelli 1643, los cuales generalizaron el barómetro y el termómetro. Estas tecnologías mejoraron el mercado de la cerámica y el vidrio; vidrio de calidad con fines de producir poderosos lentes ópticos para observar las estrellas. El modelo matemático de la presión y su eficaz manejo con precisión alentó la investigación científica para impulsar la economía en Europa, con el nacimiento de la Royal Society en Londres en 1662, comienza la carrera científica formal que creó la revista de publicación científica y creó las bases de las universidades de la ilustración. La imprenta ayudó a difundir el conocimiento con una velocidad sin precedente. Además, la guerra de ese nuevo tiempo exigía el manejo del hierro para fabricar sofisticadas armas que garantizaran la paz necesaria para el florecer matemático, filosófico, astronómico y artístico necesario para inspirar al hombre hacia las fronteras de un nuevo conocimiento de la ciencia y la tecnología basadas en la formalización matemática de la naturaleza. En este impulso nace la válvula, el bisturí, la segueta, las pinzas de hierro, el molino de viento, la inoculación, la pluma-fuente, el globo, cohetes explosivos, se perfecciona el alambique, el manejo de vapor, la oxidación, la filtración y florece la literatura universal.

La transmutación de metales es para la alquimia tan importante como la destilación, la aromaterapia y la observación que la masa cambia pero no se puede destruir. Las bibliotecas son reconocidas como un medio para hacer de la difusión de las ciencias y las artes un lugar para ser semillero de nuevos exploradores metódicos y sistémicos de la realidad. Bacon observó con éxito el movimiento de expansión y ondulación por calor en gases y metales. Galileo Galilei introduce la metodología experimental de refutación de hipótesis. Drebbel crea el microscopio con lentes convexas. Kepler desarrolla la noción física de trabajo, potencia de movimiento y el valioso término energía. Salomón de Caus refina el manejo métrico de presiones de vapor en 1615. Van Helmont observa que el gas es un estado físico de la realidad química y precisa que el aire es un gas y no es el único posible, mediante medidas diferenciales por termómetro. Sturm crea la ideográfica de mediaciones de propagación de calorimetría. Mersenne introduce la medición de la presión atmosférica. Descartes introduce un modelo revolucionario para describir el calor como movimiento de partículas pequeñas que forman los cuerpos. Guericke crea las bases de la máquina neumática y el barómetro de agua. Torricelli inventa el barómetro de mercurio, el areómetro y demostró la existencia de la presión atmosférica. Edme Mariotte publica la ley de proporción entre presión y el volumen de los gases que es conocida como Boyle-Mariotte. Pascal, un genio que desde las matemáticas estudió la hidrodinámica e hidrostática; usó la presión hidráulica para aumentar la fuerza mecánica de una máquina, perfeccionó el empleo del mercurio para mediciones más precisas empleando tubos de vacío. Somerset creó la máquina de vapor moderna en términos de calderas y presión de vapor de agua. Robert Boyle estudió el vacío, los manómetros de mercurio, desarrolló la ley de proporcionalidad volumen y presión de gases; observó la propagación del calor, el sonido; definió mezcla y compuestos; estudió la combustión y la respiración. Huyghens crea con pólvora el primer motor de explosión y perfecciona la máquina neumática. Hooke utiliza la fusión del hielo como referencia termométrica, identificó el punto de ebullición del agua y creó un anemómetro. Newton pensó al éter como necesario para que en el vacío se propague la radiación de calor; definió al calor como movimiento vibratorio mecánico de un cuerpo, creó el pirómetro para medir de manera indirecta la temperatura de un cuerpo, desarrolló la ley de enfriamiento. Roemer perfeccionó las escalas de temperatura y con ayuda de Fahrenheit hacen la escala de Roemer. Leibniz introduce el concepto de energía cinética, la acción motriz, la acción oculta de movimientos moleculares como acción latente; publicó la ley mecánica del calor y crea el barómetro aneroide. Papin desarrolló las maneras de producir fuerza motriz de bajo gasto, una máquina de vapor por pistón. Bernoulli formalizó los

estudios de la hidrodinámica, es decir, de energía de un flujo en movimiento y de sus ideas de moléculas gaseosas en choques, dejó las bases de la teoría cinética de los gases. Celsius perfeccionó la escala internacional de la temperatura asegurando que el punto de congelación es independiente de la latitud y la presión atmosférica, creando la escala Celsius usando como referencia la congelación y el punto de evaporación. Euler llamó *esfuerzo* a la fuerza por el espacio recorrido y *trabajo* al peso multiplicado por el espacio recorrido. Lomonosov refuta la idea de la existencia del calórico y considera al calor como algo producido por movimiento interior de la materia, como movimiento rotario de partículas; demostró que la masa de un metal quemado es la misma que antes de aplicarle calor, aportó el modelo de cinética de gases y postuló la ley de la conservación de la materia; observó la congelación del mercurio, el origen orgánico del suelo, el carbón mineral y el petróleo. Cugnot en 1672 creó el primer vehículo autopropulsado con vapor de agua, perfeccionando el pistón para movimiento rotativo. Lambert calibró los tubos de termómetros, estudió la expansión y la compresión de gases.

Joseph Black descubrió el calor específico y estudió el aire fijo. Priestley J. realizó experimentos y observaciones del aire, la combustión, la oxidación y los ácidos; descubrió el gas oxígeno y sus efectos en seres vivos. Karl Scheele propone al aire como una mezcla de gases y estableció que el calor no necesita del aire para propagarse, descubrió al bario, cloro, magnesio, molibdeno y tungsteno. Lagrange introduce el principio de conservación del trabajo necesario para avanzar en la termodinámica del siglo XIX. James Watt inventor de la bomba de aire, condensador aislado, introductor del Caballo-Fuerza HP, pie-libra y la fuerza centrífuga. William Herschel descubre en 1800 los rayos calóricos (infrarrojos), como una luz invisible más próxima al rojo visible. Este periodo de genios tecnológicos y científicos construyó los cimientos de la termodinámica moderna.

3.1.2 Segunda época: forma matemática de la energía

Borda en 1799 por el método del péndulo calcula la fuerza de aceleración de gravedad g . Rochon observa el espectro de luz de las estrellas con lo que abrió el camino a la termodinámica del cosmos. Lavoisier expresó el calor como movimiento molecular de los cuerpos y la relación con la luz que emiten; el calor libre es el calor que se propaga de un cuerpo a otro. Blagden 1783

precisa por efectos de la cantidad de calor (energía) un cuerpo tiene tres estados: sólido, líquido y gaseoso; el punto de congelación de una sustancia disminuye en función de la concentración de la solución, la ley Blagden. Benjamín Thompson considera al calor como movimiento transformable, como algo equivalente mecánico de calor, donde este último fue comprobado que no es una sustancia sino una cantidad de movimiento vibratorio. John Dalton experimentó con la mezcla de gases en el agua y definió el concepto de afinidad química. Fourier 1803 modeló la propagación del calor mediante el empleo de series trigonométricas (series de Fourier) que son fundamentales para la termodinámica moderna. Young Thomas publica la teoría de la tensión superficial para explicar fenómenos de capilaridad, estableciendo relación entre calor y fuerza viva, trabajó y empleó la palabra energía. Brown se introduce en el movimiento interno de las sustancias, ocasionado por choques elásticos de partículas, tal movimiento de vibración se le llama movimiento browniano. Ampere aceptó que el calor es movimiento y fortalece la hipótesis de Avogadro. Avogadro establece que volúmenes iguales de cualquier gas, en condiciones iguales de temperatura y presión contienen un número igual de moléculas; el número de Avogadro es una constante física dada en mol. Gay-Lussac desarrolló la ley que expresa que todos los gases expuestos a temperaturas iguales bajo la misma presión se dilatan en la misma cantidad. En 1814 Robert Stephenson construye la primera locomotora con velocidad de 8 km/h. Poisson en su teoría del calor relaciona las variaciones de volumen v y de presión p de un gas ideal en una transformación adiabática (proceso reversible que se desarrolla sin intercambio de calor con el exterior). El gas ideal es un modelo teórico, formado por partículas que no interactúan y presentan desplazamientos aleatorios. Dulong demostró que la dilatación de sólidos no es proporcional a la temperatura, y en su ley de enfriamiento consideró las radiaciones del cuerpo y el ambiente, la forma, la masa, la naturaleza del cuerpo, superficie y sus propiedades. El efecto Peltier, del francés Jean Peltier demostró que haciendo pasar una corriente por un circuito, formados por dos materiales diferentes, en una unión estos emiten calor (80°C) y en otro absorben calor (10°C), cuando se invierte la polaridad eléctrica también se invierte el efecto en las uniones de los materiales. John Herapath crea la base de la cinética de gases, expresa que los movimientos internos de un cuerpo que producen el calor son debidos a átomos indeformables y duros; sólidos y fluidos también son átomos que pueden estar asociados, donde los segundos tienen libertad de movimiento; la expansión de un gas no es por repulsión de sus partículas, es debida a la presión y la temperatura. Michael Faraday estudia la difusión de gases y licuado de gases. Despretz

argumentó que el calor de vaporización es inversamente proporcional a la densidad del vapor en la temperatura de ebullición. Poiseuille determinó el flujo laminar que lleva su nombre

$$\Delta P = \frac{8\mu LQ}{\pi r^4}$$

donde:

ΔP es la caída de presión

L es la longitud del tubo

μ es la viscosidad dinámica

Q es la tasa volumétrica de flujo

r es el radio

π es pi

Henry Hess enunció que el calor desprendido en una reacción química no depende de las etapas en que se haya realizado el proceso.

3.1.3 Tercera época: el desarrollo termodinámico y relativista

Nicolás Léonard Sadi Carnot 1824, reconoce que no se puede producir trabajo sin un diferencial de dos fuentes, una fría y la otra caliente; depende del transporte calórico su potencial motriz: se puede, pues, considerar como tesis general que la potencia motriz se conserva en cantidad invariable en la naturaleza, que no puede ser nunca verdaderamente producida ni destruida. En verdad, cambia de forma..., pero no es jamás aniquilada, el calor es movimiento que ha cambiado de forma. En 1848 Hans Christian Poggendorff comprueba la ley de Joule que relaciona calor e intensidad de la corriente. Macedonio Melloni 1832 expuso que la radiación calorífica no solo proviene de la superficie del cuerpo emisor, sino también de su interior. Darpat 1865 pronunció su ley Lenz, "el calor de un circuito cerrado es proporcional al cuadrado de la intensidad de la corriente, a la resistencia que opone a su paso en el tiempo. Anastase Dupré 1860, aporta el primer principio de la termodinámica o primera ley de la termodinámica. La primera ley de la termodinámica define la energía interna (E) como igual a la diferencia de la transferencia de calor (Q) en un sistema y el trabajo (W) realizado por el sistema:

$$E_2 - E_1 = Q - W$$

Al calor extraído de un sistema se le asigna un signo negativo en la ecuación. Del mismo modo al trabajo realizado sobre el sistema se le asigna un signo negativo. La energía interna es solo una forma de energía como la energía potencial de un objeto a cierta altura por encima de la tierra, o la energía cinética de un objeto en movimiento. De la misma manera que la energía potencial puede ser convertida en energía cinética, mientras que la conservación de la energía total del sistema, la energía interna de un sistema termodinámico se puede convertir en cualquiera, energía cinética o potencial. Al igual que la energía potencial, la energía interna puede ser almacenada en el sistema. Nótese, sin embargo, que el calor y el trabajo no se pueden almacenar o conservar de forma independiente, ya que dependen del proceso. La primera ley de la termodinámica permite que existan muchos estados posibles de un sistema, pero solo ciertos estados de características existen en la naturaleza. La segunda ley de la termodinámica ayuda a explicar esta observación.

La segunda ley establece que existe una variable de estado útil llamada entropía **S**. El cambio de entropía delta **S** es igual al delta **Q** transferencia de calor, dividido por la temperatura **T**.

$$\Delta S = \frac{\Delta q}{T}$$

Para un proceso físico dado, la entropía combinada del sistema y el medio ambiente sigue siendo una constante si el proceso se puede invertir. Si denotamos los estados inicial y final del sistema por "i" y "f":

$$S_f = S_i \text{ (proceso reversible)}$$

Un ejemplo de un proceso reversible es un flujo forzado a través de un tubo estrechado. Ideal significa que no hay pérdidas de capa límite. A medida que el flujo se mueve a través de la constricción, el cambio de presión, temperatura y velocidad, pero estas variables vuelven a sus valores originales pasando constricción. El estado del gas vuelve a sus condiciones originales y el cambio de entropía del sistema es cero. Los ingenieros llaman un proceso de este tipo isentrópico. Isoentrópica significa entropía constante.

La segunda ley establece que si el proceso físico es irreversible, la entropía combinada del sistema y el medio ambiente debe aumentar. La entropía final debe ser mayor que la entropía inicial para un proceso irreversible:

$S_f > S_i$ (proceso irreversible)

Un ejemplo de un proceso irreversible es cuando un objeto caliente se pone en contacto con un objeto frío. Finalmente, ambos alcanzan la misma temperatura de equilibrio. Si luego los separamos, los objetos que permanecen en la temperatura de equilibrio, estos ya no vuelven a sus temperaturas originales por medios naturales. El proceso de llevar a la misma temperatura es irreversible.

A partir de este punto, nos concentraremos al estudio de la relatividad, mismo que nos exigirá una minuciosa construcción. Albert Einstein descubrió la relatividad especial y luego la general modificando la intuición de espacio y tiempo. Aún así, muchos de nosotros, al menos intuitivamente todavía estamos atados a viejos conceptos, es decir, nos imaginamos al espacio como una fase inerte en la cual ocurren los eventos del cosmos; el tiempo creemos que podemos grabarlo en un reloj universal, contando de manera idéntica en Saturno o en otra galaxia independientemente de diferentes entornos y contextos físicos.

3.2 Marcos de referencia

Al intentar describir el movimiento correctamente, nos obliga a elegir un sistema de coordenadas y un origen desde el que medir la posición. ¿Por qué esto es así?, es más evidente si tenemos en cuenta la diferencia entre la distancia y el desplazamiento. Por ejemplo, podemos decir que una persona se mueve a través de un desplazamiento de 10 metros en una dirección particular, por ejemplo, a la derecha. Esto no describe la posición de la persona en absoluto, solo el cambio en la situación de esa persona durante algún intervalo de tiempo.

Al describir la posición, esto nos obliga a elegir primero un sistema de coordenadas (como cartesiano, esférica, etc.), y también un origen para este sistema de coordenadas, para definir nuestra posición "cero". La diferencia esencial es que el desplazamiento es independiente del sistema de coordenadas que elijamos, pero la posición no lo es. Sin la selección de un sistema de

coordenadas, solo podemos decir que la persona se ha quedado 10 m en un cierto intervalo de tiempo, pasando de x_i a x_f .

Como ejemplo concreto, considere Fig. 3.2a. Esto ilustra una persona en movimiento 10 m a la derecha, que describe a la perfección un desplazamiento en x . Vamos a elegir un sistema de coordenadas cartesiano x - y , que llamaremos \mathbf{O} , con su origen en el punto de partida de la persona. En este sistema, podemos describir la posición inicial P_i^o y final P_f^o en el sistema coordenadas como $P_i^o = (0,0)$ y $P_f^o = (x_f,0) = (\Delta x,0)$, esto se muestra en la Fig. 3.2b. El desplazamiento es el mismo que sin un sistema de coordenadas. En este texto vamos a utilizar la convención de que superíndices se refieren al sistema de coordenadas en el que se midió la cantidad de que se trate.

¿Qué pasa si elegimos un sistema de coordenadas diferente \mathbf{O}' , Fig. 3.2c, idéntica a \mathbf{O} salvo que su origen se desplace hacia abajo por y_i a la izquierda por x_i ? Ahora la posición inicial y la final de la persona son $P_i^{o'} = (x_i, y_i)$ y $P_f^{o'} = (x_f, y_f)$. Aún así, el desplazamiento en x es el mismo, como se puede comprobar fácilmente. No importa si observamos a la persona en \mathbf{O} u en el sistema \mathbf{O}' , esto nos describe el mismo desplazamiento, a pesar de que las posiciones reales son completamente diferentes.

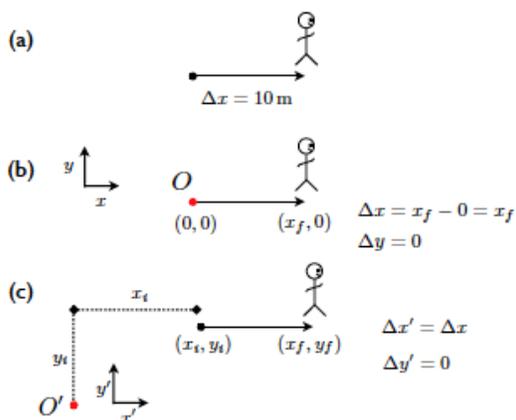


Fig. 3.2 Desplazamiento independiente del sistema de coordenadas.

En la relatividad especial, esta simple situación ya no se sostiene, observadores en diferentes sistemas de coordenadas no describen necesariamente el mismo desplazamiento, y mucho menos la misma posición. En cualquier caso, en particular los casos en que los efectos relativistas son importantes, es de crucial importancia que especifiquemos en qué coordenadas se han medido las cantidades del sistema. Cuando solo tenemos dos marcos, como el ejemplo anterior, a menudo vamos solo a utilizar un apóstrofo primo (') para distinguirlos. En el ejemplo anterior, esto significa que utilizaríamos P'_i en lugar de P_i , y P'_i en lugar de P_i . Parece complicado ahora, pero con este cuidado, ¡es lo único que nos salva de una terrible confusión más tarde! Por último, unas palabras sobre la terminología. En la relatividad, es común el uso de "marco de referencia" en lugar de "sistema de coordenadas", para hacer explícito el hecho de que nuestro sistema de coordenadas y el origen son el punto de referencia desde el cual medimos cantidades físicas.

3.2.1 Movimiento en marcos de referencia

¿Qué pasa con un observador que mide en un sistema de coordenadas que se mueve a velocidad constante respecto a otro? Por ejemplo, tomemos la Fig. 3.3, una muchacha que sostiene los globos está de pie en el suelo, y un niño en un monopatín lanza un dardo a sus globos. El niño se está moviendo a una velocidad v_b relativa a la chica, y él lanza el dardo a un v_d velocidad relativa al mismo. ¿Cuál es la velocidad relativa del dardo a la chica?

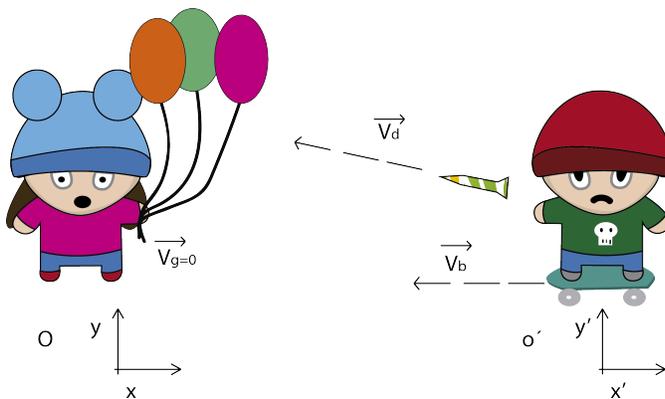


Fig. 3.3 Marco de referencia.

Una muchacha estática en el suelo que sostiene los globos, es decir en reposo en un marco de referencia inercial. En primer lugar, tenemos que ser más explícitos acerca de describir qué cantidad se mide en el fotograma. La velocidad del niño en el monopatín se mide en relación a la muchacha que se coloca en el suelo, en el sistema **O**. Cuando hablamos del dardo, sin embargo, las cosas son un poco menos claras. El niño en el monopatín diría que la velocidad del dardo desde su perspectiva sería V_d , ya que él va a medir su velocidad relativa al mismo marco de su referencia. La chica mediría la velocidad del dardo relativa a sí misma. Claramente, los dos no pueden ponerse de acuerdo sobre la velocidad del dardo. Por supuesto, esto es un poco exagerado. En este sencillo caso cotidiano, el movimiento relativo es bastante fácil de entender, y que intuitivamente puede verse exactamente lo que está sucediendo. Sin embargo, nuestra intuición comenzará a fallarnos un poco, así que lo mejor es proceder con cuidado. Etiquetar explícitamente la velocidad con el marco de referencia en el que se mide ayuda a mantener todo preciso, y nos ayuda a encontrar una manera de salir de este dilema.

3.2.2 La falta de un marco de referencia

Incluso en el sencillo ejemplo anterior, la velocidad depende de su marco de referencia. Este simple ejemplo es completamente arbitrario en un sentido, sin embargo, implica mucho más sobre el movimiento relativo de lo que parece. Si estos dos observadores no pueden ponerse de acuerdo sobre la velocidad del dardo medida en sus propios marcos de referencia, ¿quién puede decir lo que debe ser el marco de referencia absoluto? Después de todo, la tierra misma está en movimiento debido a la rotación de la Tierra alrededor del Sol y su propio eje de rotación. Y el Sol, en movimiento con respecto al centro de la galaxia, y la galaxia se mueve con respecto de otras galaxias. Nada está absolutamente en reposo, por ello no podemos escoger un marco especial de referencia para definir velocidades en absoluto.

Aún así, podríamos pensar en la tentación que hay algún tipo de marco de referencia que estamos olvidando, uno que está realmente en reposo. Por ejemplo, ¿qué pasa si fuera el propio espacio vacío? ¿Podemos definir coordenadas absolutas y el movimiento absoluto en relación con puntos específicos en el espacio? Este es un pensamiento tentador, sobre todo si hacemos una analogía con las ondas sonoras.

Como ustedes saben desde la mecánica de Newton, el sonido es realmente nada más que oscilaciones mecánicas longitudinales de la materia, una especie de onda de densidad en la materia. Si ambos son ondas, tal vez la naturaleza del sonido puede ayudar a explicar la naturaleza de la luz. El sonido puede ser propagado a través de la materia, o incluso a través del aire, pero requiere de un medio para transmitirse, sin materia, no hay sonido en el vacío. ¿Podríamos ver a la luz como las vibraciones del propio espacio, o de algún "fluido" que todo lo penetra llenando todo el espacio? Ciertamente, las ondas de luz también necesitan un medio para propagarse, por lo que el razonamiento vale. Este fluido penetra todo proporcionando un "fondo" o marco de referencia, lo que nos permite medir la velocidad absoluta, algo así como la medición de la velocidad de un barco por el agua que se mueve.

De hecho, este razonamiento fue un punto de vista muy atractivo a través de los últimos años del siglo diecinueve y primeros del siglo veinte, y fue llamado "el tiempo sobre lumínico" o "Éter", fueron los términos utilizados para describir el medio que todo lo penetra y permite la propagación de la luz. Es de hecho, una idea comprobable ensueño falsedad o verdad, este es un punto crucial que hace que la idea sea una verdadera teoría científica. ¿Cómo lo probamos? Si el espacio en sí tiene un medio de fondo en el que la luz se propaga, entonces deberíamos ser capaces de medir la velocidad de la Tierra a través de este medio, ya que gira en torno al sol. Si la tierra se mueve a través del fluido Éter, experimentaría cierto "arrastre", de nuevo al igual que un barco que se mueve a través del agua.

Por desgracia, esta idea no está bien. Ha sido refutada innumerables veces por los experimentos, y sustituida por una teoría mucho más exitosa de la relatividad. Las ondas de luz no son como las ondas de sonido. No hay Éter, no hay marco absoluto de referencia, y todo movimiento es relativo. ¿Por qué esto debe ser así?, la forma en que se plantea esto es lo que tenemos que averiguar enseguida.

3.3 Movimiento relativo

Tenemos que imaginar que estamos en lo profundo en el espacio vacío, sin nada alrededor para proporcionar una referencia o punto de referencia. Los ocupantes de nuestra nave se sentirían como si estuvieran sentados quietos, y observar una segunda nave que viene hacia nosotros, cubriendo una distancia en un intervalo de tiempo **dt**. Los ocupantes de la nave dos, por otra parte, podrían pensar que están sentados y quietos, y observarían que nuestra nave viene hacia ellos, también cubriendo una distancia en un intervalo de tiempo **dt**.

Sin ningún punto de referencia externo, o un sistema de referencia absoluto, no solo no podemos decir con qué velocidad cada nave se mueve, ni siquiera podemos decir que se está moviendo. Si decidimos que nuestra nave es nuestro marco de referencia, entonces se está quieto, y la nave dos se está moviendo hacia ella. Pero podríamos recoger la misma información de los ocupantes de la nave dos como nuestro marco de referencia. Especificar que se está moviendo, y con qué velocidad, no tiene sentido sin un origen o marco de referencia adecuado.

¿Ha cambiado físicamente algo realmente? no. En relación a qué, es evidente que en este caso se da a entender que el suelo debajo de nuestros pies proporciona un marco de referencia, y usted está hablando de su velocidad respecto a la Tierra. Usted no diría que viaja con relación a los otros planetas. De hecho, si mira al cielo, los planetas junto a usted parecen estar quietos. Esto solo es cierto a velocidad constante, podemos detectar en un automóvil fácilmente movimiento acelerado, o un marco de referencia acelerado debido a la fuerza experimentada.

La manipulación correcta del movimiento acelerado es el reino de la relatividad general, un poco más allá del alcance de nuestra discusión en este momento. Al final, uno de los principios fundamentales de la relatividad especial es que una velocidad constante de referencia importa mucho. Las leyes de la física se aplican de la misma manera a todos los objetos en movimiento uniforme (no acelerado), no importa cómo medimos la velocidad.

No podemos concebir un experimento para medir el movimiento uniforme absoluto, solo respecto a un marco específico de referencia elegido. Más sucintamente:

Principio de la relatividad: todas las leyes de la naturaleza son las mismas en todos los marcos de referencia con movimientos uniformes (no acelerados).

Qué implica la elección de un sistema de coordenadas:

1. Elija un origen. Esto puede coincidir con un punto u objeto especial que se da en el problema, por ejemplo, a la derecha en la posición de un observador, o a medio camino entre dos observadores, ¡lo que sea conveniente para Usted!
2. Elegir un conjunto de ejes, tales como rectangular o polar. Los más simples son generalmente rectangular o xyz cartesiano, aunque su elección debe adaptarse a la simetría del problema dado, si su problema tiene simetría circular, las coordenadas rectangulares pueden hacer la vida difícil por complicaciones matemáticas.
3. Alinear los ejes. Una vez más, que sean convenientes, por ejemplo, alinear su eje x a lo largo de una línea que conecta dos puntos especiales en el problema. A veces una elección reflexiva puede ahorrar muchos cálculos matemáticos.
4. Elija qué direcciones son positivas y negativas. Esta elección es arbitraria, al final, así que elija la convención menos confusa para usted.

Esto parece bastante simple, pero si pensamos en esto un poco más, se plantean más problemas. ¿Quién mide la distancia inicial que separa las dos naves? ¿Quién lleva la cuenta del tiempo transcurrido dt ? ¿Importa en absoluto, puede medirse la distancia o el tiempo que se ve afectado por el movimiento relativo? Por supuesto, la respuesta es un torpe sí, de haber sido no, habría detenido al hombre de ciencia en este punto. Si profundizamos en el problema de movimiento relativo, llegamos a la conclusión ineludible de que no solo es la velocidad de un concepto relativo, nuestras nociones de distancia y el tiempo son relativos y dependen del movimiento relativo del observador. Para entender correctamente estas ramificaciones más profundas, sin embargo, tenemos que realizar unos cuantos experimentos mentales matemáticos.

3.4 Invariancia de la velocidad de la luz

Ya, la relatividad nos ha obligado a aceptar algunos hechos no intuitivos. ¡Esto es solo el principio! Un fundamental y de largo alcance en la relatividad, es que la velocidad de la luz es una constante, independiente del observador. No importa cómo la medimos, no importa lo que

nuestro movimiento es relativo a la fuente de la luz, siempre vamos a medir su velocidad con el mismo valor, c . La luz no obedece al principio de movimiento relativo.

Velocidad de la luz en el vacío:

$$c = 299792.458 \text{ km/s}$$

El valor numérico de c es un valor exacto y fijo (fuente WolframAlpha).

La velocidad de la luz es invariante, es decir, la velocidad de la luz en el espacio libre es independiente del movimiento de la fuente o el observador. Es una constante invariante del sistema inercial de referencia.

3.5 Principios de la relatividad especial

De nuestras discusiones hasta aquí, la relatividad cuando no se acelera en un marco de referencia inercial, se considera que tiene dos principios básicos que sustentan toda la teoría:

Principios de la relatividad especial:

1. Principio de la relatividad especial: Las leyes de la física se ven igual en todos los fotogramas (no acelerados) de referencia inerciales. No hay referencia inercial preferida de origen.
2. La invariancia de c : La velocidad de la luz en el vacío es una constante universal, c , independiente del movimiento de la fuente o el observador.

Esta teoría de la relatividad restringida a los marcos de referencia inerciales o de velocidad constante, se conoce como la *teoría especial de la relatividad*, mientras que la *teoría general de la relatividad* se encarga de los sistemas de referencia acelerados, esta última es simplemente conocida como la teoría general de la relatividad.

El segundo postulado de la relatividad especial -la invariancia de la velocidad de la luz- en realidad puede ser considerado como una consecuencia del primer postulado de acuerdo con algunas formulaciones matemáticas de la relatividad especial. Es decir, se requiere la constante c

de la velocidad de la luz con el fin de hacer que el primer postulado sea cierto. Vamos a seguir sosteniendo la luz como constante como un segundo postulado fundamental de la relatividad especial, sin embargo, ya que conviene para algunas de las consecuencias no intuitivas de la relatividad especial son más de un manifiesto si se tiene en cuenta este hecho.

El primer principio de la relatividad en esencia establece que todas las leyes físicas deben ser exactamente igual en cualquier vehículo en movimiento a una velocidad constante, ya que están en un vehículo en reposo. Como consecuencia, a velocidad constante no somos capaces de determinar la velocidad o la dirección de desplazamiento absoluto, solo somos capaces de describir el movimiento en relación con algún otro objeto. Esta idea no se extiende a los sistemas de referencia acelerados, sin embargo, cuando la aceleración está presente, sentimos las fuerzas ficticias que delatan cambios de velocidad que no estarían presentes si nos estábamos moviendo a velocidad constante. Todos los experimentos hasta la fecha están de acuerdo con este primer principio: la física es la misma en todos los sistemas inerciales, y ningún sistema inercial en particular es especial.

El principio de la relatividad es de por sí más general de lo que parece. El principio de la relatividad describe una simetría en las leyes de la naturaleza, es decir, que las leyes deben tener el mismo aspecto que un observador lo hace de otro. En física, la simetría en la naturaleza implica a una ley de conservación, como la conservación de la energía o la conservación del momento. La simetría es dada en el tiempo, de tal manera que dos observadores en diferentes momentos deberán respetar las mismas leyes de la naturaleza, entonces, es la energía la que tiene que ser conservada. Dos observadores en diferentes ubicaciones físicas deberán respetar las mismas leyes de la física (es decir, las leyes de la física son independientes de la traducción espacial), para la cantidad de movimiento que deben ser conservadas. Los principios de la relatividad implican leyes de conservación profundas sobre el espacio y el tiempo que hacen predicciones comprobables, predicciones que deben estar en conformidad con las observaciones experimentales, con el fin de ser tomadas en serio. La relatividad no es solo un principio físico, es un postulado que se requiere a fin de describir cómo vemos la naturaleza. Las consecuencias de estos postulados son examinados en la actualidad, revolucionando la tecnología.

3.6 Consecuencias de la relatividad

Hemos establecido nuestros principios, y su razón de ser claramente proporcionado por nuestra serie de experimentos mentales. Todos los resultados experimentales hasta la fecha están en el lado de estos dos principios. La invariancia de la velocidad de la luz y los principios de la relatividad nos fuerzan a modificar nuestras nociones de la percepción y la realidad. No solo estamos jugando con un par de ecuaciones para manejar casos especiales de alta velocidad, debemos reevaluar algunas de nuestras intuiciones más profundas y modelos físicos. Muchos libros se han escrito acerca de las implicaciones que la relatividad ha tenido en la civilización,... sin embargo, debemos confiar más que en las consecuencias sociales, en el marco de la física y sus matemáticas.

3.7 La falta de simultaneidad

La velocidad de la luz es algo más que una constante, es una especie de "límite de velocidad cósmica", ningún objeto puede viajar más rápido que la velocidad de la luz, y no hay información desde la teoría de la relatividad que se pueda transmitir más rápido que la velocidad de la luz. Si bien fuera posible, la causalidad sería violada, en otras palabras, si en algún marco de referencia la información fuera recibida antes de que se fuera enviada, el orden de las relaciones causa-efecto se invierte. La velocidad de la luz es realmente un límite de velocidad, porque si no lo fuera, causa y efecto no tendrían el significado habitual, o entonces el envío de información hacia atrás en el tiempo sería posible y con ello romper la línea temporal de nuestro pasado. Una consecuencia de todo esto es que tendríamos que renunciar a la idea de dos eventos simultáneos en un sentido absoluto, si los eventos son vistos como dependientes al marco de referencia. Debe parecer extraño que un principio aparentemente simple como la velocidad de la luz c constante, enredara las cosas, pero en realidad se puede demostrar que esto debe ser verdad con un simple experimento mental.

Consecuencia de una velocidad invariante de la luz:

Los sucesos que son simultáneos en un sistema de referencia, no son simultáneos en otro sistema de referencia en movimiento relativo a él y por ello, ningún marco de referencia es absoluto. La simultaneidad no es un concepto absoluto.

En cierto sentido, una vez que se crea la luz, realmente en cualquier sistema de referencia se desplaza a $v = c$, no importa quien la observa. Es extraño y no intuitivo, pero si aceptamos la velocidad de la luz como invariante, la conclusión es inevitable, y la causalidad se conserva.

3.8 Transformaciones de Lorentz

3.8.1 Luz, masa y energía

Newton, Copérnico, Galileo, Maxwell, Lorentz hasta el año milagroso 1905 de Einstein, el espacio y el tiempo fueron considerados indeformables, inmutables y distintos. Einstein demuestra que se trata de un espacio-tiempo en donde las cosas existen en diferentes estados de la materia y magnitud, donde la velocidad de la luz es vista como límite cósmico y constante universal. En esta época la matemática es el rasgo distintivo en el desarrollo de la ciencia. A las ecuaciones fundamentales se les llama leyes que rigen todo el universo. Estas ecuaciones para existir deben apoyarse en parámetros invariantes que existen en el espacio-tiempo. Las leyes de Newton fueron concebidas con un espacio y tiempo invariante, son válidas en sistemas inerciales a velocidades muy bajas respecto de la velocidad de la luz c . Pero a velocidades altas cercanas a/o igual a c , como el caso dentro de un acelerador de partículas, su comportamiento matemático corresponde a las ecuaciones de Einstein. Las matemáticas son el nuevo observatorio de la naturaleza y hacen que podamos ver con otros ojos la existencia física en forma de estructuras de información también llamadas ecuaciones fundamentales, es una imagen inmortal, indestructible, interactiva, ontológica formada por unidades llamadas mónadas, definidas por números potentes y hermosos¹⁸. Las mónadas, esas partículas infinitesimales que expresan el espíritu de las cosas. Todos nosotros habitamos un maravilloso mundo de singular espacio-tiempo. Nuestro ser es individual, formado de singularidades matemáticas: autónomas, originales, de dominios de frecuencia dimensionales vía matemática de Fourier, de arquitectura lógica imperecedera, es decir,

la arquitectura material es resultado de capas subyacentes de estructuras matemáticas que evolucionan como la química del universo y hacen tender al mismo lejos del equilibrio, es decir, con un mayor desorden de la materia conforme avanza el tiempo. **¿Qué es la materia?**, desde la teoría de cuerdas, la matemática la define como energía dimensional: energía que existe en el dominio del espacio-tiempo en forma de ondas de energía en lo multidimensional del dominio de frecuencia. Son monadas de enorme variedad de frecuencias matemáticas (cuerdas), las cuales las podemos modelar como formas de onda de series de senos y cosenos y números complejos. La matemática de Fourier provee soluciones intratables por dualismo cartesiano, estas cuerdas que dan forma y explican la interacción de la materia replantean la idea de multiuniversos. Las frecuencias medias son justo frecuencias en el dominio Fourier de armónicos, ahora un cuerpo material es expresado en forma alternativa por representación matemática de vibraciones de energía que son la información de lo que está hecho el mundo. Si bien para esta teoría no hay experimentos ahora mismo, tampoco los hubo para la relatividad cuando fue concebida, o para las ecuaciones de Newton en el caso más famoso que inauguró la observación física matemática, es el asombroso descubrimiento de Plutón mediante un modelo de información matemática, justo antes de evidencia por observación directa.

3.8.2 Transformaciones de Galileo

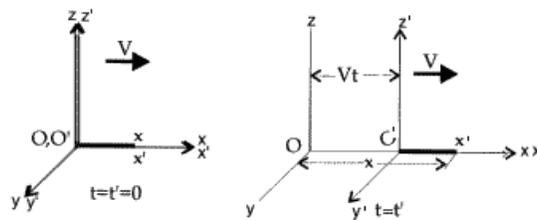


Fig. 3.4 Dos sistemas inerciales a velocidad distinta.

El concepto de transformación matemática asocia observaciones realizadas en sistemas de referencia distintos. La transformación más simple es la identidad, es decir, dos observadores situados en el mismo punto del sistema, entonces las coordenadas espacio-tiempo son:

$$x' = x$$

$$y'=y$$

$$z'=z$$

$$t'=t$$

Para nuestro análisis, usaremos un sistema de coordenadas cuyos orígenes están separados por una distancia fija vt . Supongamos dos sistemas de referencia \mathbf{O} y \mathbf{O}' . El sistema \mathbf{O}' en reposo y el sistema \mathbf{O} moviéndose con velocidad constante \mathbf{v} ($\mathbf{v} \ll \mathbf{c}$) con respecto a \mathbf{O}' . El eje \mathbf{x} de \mathbf{O} desliza sobre \mathbf{x}' de \mathbf{O}' y los ejes \mathbf{x} y \mathbf{y} de ambos sistemas se mantienen paralelos.

En este tipo de sistemas en los que $\mathbf{v} \ll \mathbf{c}$ el tiempo y la longitud se conservan en ambos sistemas. Es decir, si en un reloj situado en \mathbf{O}' han pasado 35 segundos, en otro reloj situado en \mathbf{O} y sincronizado con el anterior también habrán pasado 35 segundos a pesar de que un sistema se desplace con respecto al otro (o por lo menos la diferencia es tan pequeña que se puede despreciar). Lo mismo podemos decir para la longitud, como se observa en las figuras. Si tenemos un punto situado a una distancia x (sobre el eje x del sistema \mathbf{O}), en el sistema \mathbf{O}' las coordenadas de ese punto serán $x'=x-vt$ (vt representa el desplazamiento de \mathbf{O} con respecto a \mathbf{O}'). Esto lo podemos resumir en el siguiente sistema conocido como transformaciones galileanas¹⁹:

$$x'=x-vt$$

$$y'=y$$

$$z'=z$$

$$t'=t$$

Estas transformaciones son válidas siempre que $\mathbf{v} \ll \mathbf{c}$

Newton no define el espacio y el tiempo, ni movimiento, pues según sus palabras son palabras conocidas por todos. Y dice en su tratado de *Philosophiae Naturalis principia mathematica*:

“El tiempo absoluto, verdadero y matemático, en sí mismo por su propia naturaleza, fluye de una manera ecuable y sin relación alguna con nada externo y, se conoce también con el nombre de duración; el tiempo relativo, aparente y común es una medida sensible y externa (ya sea exacta e inecuable) de la duración por medio del movimiento, y se utiliza

corrientemente en lugar del tiempo verdadero; ejemplo de ello son la hora, el día, el mes, el año.

El espacio absoluto, por su propia naturaleza y sin relación alguna con nada externo, permanece similar e inmóvil. El espacio relativo es una dimensión o medida movable de los espacios absolutos que nuestros sentidos determinan de acuerdo con su posición con respecto a los cuerpos y que por lo común se toma como espacio inmóvil; tal es la dimensión de un espacio subterráneo, aéreo o celeste, determinado a través de su posición con respecto a la Tierra. El espacio absoluto y el relativo son iguales en forma y magnitud, pero no siempre coinciden numéricamente, un espacio cualquiera de nuestro aire, que relativamente a la Tierra y con respecto a la Tierra permanece siempre igual, en un momento dado ocupa una cierta parte del espacio absoluto por el que atraviesa el aire; en otra parte ocupará otra parte distinta del mismo y así entendido su sentido absoluto, irá modificándose continuamente²⁰.”

3.8.3 Transformadas de Lorentz

Lorentz en 1900 observó que las ecuaciones de Maxwell resultaban invariantes bajo sus ecuaciones de transformación. Lorentz pensó que la hipótesis del éter era correcta y aunque su conjunto de ecuaciones parecían correctas, faltaba la interpretación física que más tarde Albert Einstein demostró en su teoría de la relatividad especial o restringida, publicada en 1905. Es importante saber que Lorentz publicó sus ecuaciones en 1904, y es reconocido como el que sentó las bases matemáticas para resolver las inconsistencias entre el electromagnetismo y la mecánica clásica. No está claro si Einstein conocía el experimento de Michelson-Morley, y probablemente llega al segundo postulado de la relatividad especial por su creencia de que no había que corregir las ecuaciones de Maxwell.

De acuerdo a los postulados de la relatividad especial:

- I.- Los modelos matemáticos de las leyes de la naturaleza en todos los sistemas de referencia inerciales son los mismos.

II.- La velocidad de la luz en el vacío es la misma para todos los sistemas de referencia inerciales.

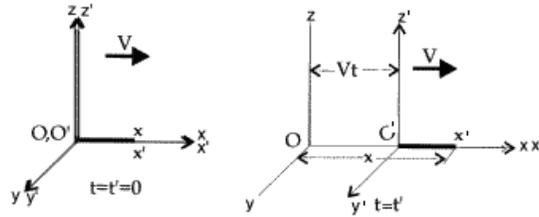


Fig. 3.5 Teoría de la relatividad y transformación de Lorentz.

Apoyándonos en la figura anterior, expondremos la teoría de la relatividad especial de Einstein. El primer paso es determinar las transformaciones que conectan a los sistemas inerciales en movimiento relativo. Consideremos dos sistemas, con dos perspectivas de observación **O** y **O'**, donde **O'** se desplaza sobre el **eje x** con velocidad **v** constante (ver Fig. 3.5). Cada observador construye sus coordenadas (x,y,z,t) y (x',y',z',t') ; y con respecto de un mismo punto se determinan las ecuaciones de transformación.

$$x' \text{ con respecto de } x: \quad x' = \lambda(x - vt) \quad (1)$$

$$x \text{ con respecto de } x': \quad x = \lambda(x' + vt') \quad (2)$$

donde λ es independiente de las coordenadas espacio-tiempo del suceso, es un factor de proporcionalidad, si sustituimos la ecuación **1** en la **2**.

$$x = \lambda(\lambda(x - vt) + vt')$$

$$x = \lambda(\lambda x - \lambda vt + vt')$$

$$x = \lambda^2 x - \lambda^2 vt + \lambda vt' \quad \text{despejando con respecto de } t'$$

$$-\lambda vt' = \lambda^2 x - x - \lambda^2 vt$$

$$t' = -\frac{\lambda^2 - 1}{\lambda v} x + \frac{\lambda^2 vt}{\lambda v}$$

$$t' = -\frac{\lambda^2 - 1}{\lambda v} x + \frac{\lambda t}{1}$$

$$t' = \lambda \left(t - \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} x \right) \quad (3)$$

De acuerdo con el postulado II de la relatividad especial, el valor de c en el vacío es constante. Si en ambos sistemas de observación c es igual: $\mathbf{x} = \mathbf{ct}$, $\mathbf{x}' = \mathbf{ct}'$ sustituimos esto en la ec. 1 en la ec. 3

$$ct' = \lambda(ct - vt) \quad (4)$$

$$t' = \lambda \left(t - \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} ct \right) \quad (5)$$

de ec. (4) despejamos t'

$$t' = \frac{\lambda}{c} (ct - vt) \quad (6)$$

igualamos las ecuaciones 5 y 6.

$$\frac{\lambda}{c} (ct - vt) = \lambda \left(t - \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} ct \right)$$

$$t - \frac{vt}{c} = t - \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} ct$$

$$-\frac{vt}{c} = -\frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} ct$$

$$-\frac{vt}{c} = -\frac{\lambda^2 ct - ct}{\lambda^2 v}$$

$$-\frac{\lambda^2 v^2 t}{c} = -\frac{\lambda^2 ct - ct}{\lambda^2 v}$$

$$-\frac{\lambda^2 v^2 t}{c} + \lambda^2 ct = -\frac{-ct}{\lambda^2 v}$$

$$-\lambda^2 \left(\frac{v^2 t}{c} - ct \right) = ct$$

$$\lambda^2 \left(\frac{v^2 t}{c} - ct \right) = -ct$$

$$\lambda^2 = \frac{-ct}{\left(\frac{v^2 t}{c} - ct\right)} = \frac{ct}{\left(-\frac{v^2 t}{c} + ct\right)} = \frac{ct}{\left(ct - \frac{v^2 t}{c}\right)} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\lambda^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8) \text{ conocido como factor Lorentz}$$

sustituir λ en la ecuación 3

(3)

$$t' = \lambda \left(t - \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 v} x \right)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1}{\frac{v}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} x \right)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{1 - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\frac{v}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} x \right)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{1 - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{v} x \right)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{xv}{c^2} \right)$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{xv}{c^2} \right) = \frac{\left(t - \frac{xv}{c^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{\left(t - \frac{xv}{c^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (9)$$

sustituir λ en la ecuación 1

$$x' = \lambda(x - vt)$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (10)$$

Así como en las transformadas galileanas, las coordenadas con y sin prima correspondientes a los ejes perpendiculares a la dirección del movimiento relativo de los sistemas son iguales por no existir desplazamiento en estos ejes –homogeneidad e isotropía del espacio–.

$$t' = \lambda \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \quad (9)$$

$$x' = \lambda(x - vt) \quad (10)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

donde

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

El tiempo es tratado matemáticamente como una “cuarta dimensión espacial” que depende de la velocidad v relativa entre los dos observadores, el **factor Lorentz** cuando el valor de v es muy pequeño respecto de c , este factor tiende a uno – se aproxima a las transformaciones galileanas-, cuando v tiende a c , el valor de λ tiende a infinito.

3.8.4 Dilatación del tiempo

Si un reloj permanece en O y otro se mueve con velocidad v con respecto de O' , la separación espacial es:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1) = vT; \quad \text{donde } T = t_2 - t_1$$

Sustituyendo esto en la ecuación 9.

$$T' = t'_2 - t'_1 = \lambda ((t_2 - t_1) - v(x_2 - x_1)/c^2)$$

$$T' = \lambda (T - v(vT)/c^2) = T \lambda (1 - (v^2/c^2))$$

Como

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \frac{a}{\sqrt{a}} = a \cdot a^{-1/2} = \sqrt{a}$$

$$T' = T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Despejando T

$$T = \frac{T'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \lambda T'$$

Por ello, cuando $v \ll c$, λ es aproximadamente igual a uno, pero cuando v crece y hace que λ sea mayor que uno, el intervalo T es mayor que el intervalo T' .

3.8.5 Contracción del espacio

Al medir la longitud en los dos sistemas inerciales del análisis anterior, $L = x_2 - x_1$, comparando con L' , se sustituye en la ecuación 10.

$$L' = x'_2 - x'_1 = \lambda[(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)]$$

Pero como los extremos x_2 y x_1 fueron observados en 0, simultáneamente, por lo tanto:

$$t_2 - t_1 = 0.$$

$$L' = \lambda(x_2 - x_1) = \lambda L =$$

$$\frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

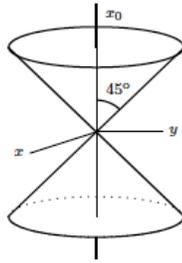
Despejando L :

$$L = L' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{L'}{\lambda}$$

Cuando el objeto en su dirección de movimiento, v es muy pequeña con respecto de c , λ es aproximadamente 1 y $L=L'$, cuando v se aproxima a c , λ es mayor que uno, por ejemplo si $\lambda=2$ y $L=L'/2$, se da un acortamiento de la longitud o contracción de la longitud.

3.9 $E=mc^2$

Esta ecuación, asume que la luz en el vacío es la máxima velocidad posible. Aquí se da la unión del espacio y el tiempo como un espacio-tiempo, se asume que la distancia recorrida en un espacio-tiempo es invariante. Donde la luz es representada como el límite de velocidad cósmico. En este viaje por el comportamiento de la materia y la energía, el hombre ha intentado crear ecuaciones fundamentales que describan el universo entero, ecuaciones que representan la interacción sobre los existenciales de la realidad, las cantidades de las leyes físicas se expresan en términos de cantidades invariantes. Todo existencial es real en el espacio-tiempo, sus ecuaciones son estructuras de información (Software) creadas con magnitudes físicas invariantes, estas ecuaciones matemáticas de los existenciales (objetos espaciotemporales), por ejemplo, un existencial es el concepto de distancia, como longitud entre dos puntos, la distancia es representada con un único número; pero se presenta el problema de en dónde en el espacio-tiempo, para ello los físicos emplearon objetos vectoriales en tres dimensiones o cuatro incluyendo al tiempo. El que no podamos observar por falta de educación matemática, al universo, no quiere decir que la naturaleza no es así. El objeto vector no es un concepto matemático nada más, es un existencial. El vector espacio temporal de la luz tiene longitud c , y se mueve hacia el futuro, esa dirección temporal que la termodinámica expresará como un sistema irreversible. La geometría para describir la luz futura en su desplazamiento espacio-tiempo se le llama Minkowski, que representa un universo espacio-tiempo vacío, empleando lo que se llama tensor métrico formado por $[ct, x, y, z,]$ son las coordenadas espaciales y nuestro invariante distancia²¹ (ct). Las gráficas de Minkowski introducen a las coordenadas cartesianas una coordenada más para expresar el tiempo, en la relatividad especial la distancia entre dos puntos en 3D no es un invariante. Ahora los puntos en el espacio-tiempo Minkowski no son interpretados como coordenadas simplemente, sino como eventos o acontecimientos, puntos del universo en evolución. La recta $x=\pm ct$ se transforma en $\sqrt{x^2 + y^2} = \pm ct$ como la ecuación de cono doble, llamada cono de luz.



Ahora introducimos al momento lineal en nuestra discusión. La conservación del momento lineal, está asociado con la velocidad y la masa de un objeto.

$$\rho = mv$$

Este vector momento lineal tiene como dirección el sentido del movimiento, la matemática alemana Emmy Noether en 1918 introduce uno de los principios fundamentales de la física, la conservación de la energía, es decir, la conservación de la energía durará para siempre como resultado de un sistema simétrico, si un objeto se mueve en el universo en cualquier dirección y las leyes de la física son las mismas para todo el universo, entonces el momento lineal se conserva en cualquier dirección²². La energía se conserva por que las leyes físicas no cambian en el tiempo, se cree excepto en la proximidad de un agujero negro.

La masa la expresamos como la cantidad de materia que forma un existencial (objeto), es decir, los objetos son más pesados si tienen más masa, el peso es proporcional a la masa. Newton predijo que la $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, es decir, si empujamos una cosa con una fuerza \mathbf{F} , esa cosa se acelera con magnitud \mathbf{a} . Si queremos calcular la masa de esa cosa, solo necesitamos medir cuánta fuerza es necesaria para producir esa aceleración \mathbf{a} . La masa es atributo intrínseco de un existencial (objeto), no hemos definido qué es, pero ya podemos medirle, y para cualquier observador es la misma cantidad en el espacio-tiempo. Cosas grandes a baja velocidad pueden tener el mismo momento lineal que cosas pequeñas y rápidas, pero ambas pueden transferir un momento lineal a moléculas o a planetas, si pudiéramos inventariar a dónde se va todo el momento lineal de una bala disparada al aire, es en las propias moléculas del aire donde encontraríamos parte de la transferencia del momento lineal. Es decir, la suma de todo el momento lineal del sistema se conserva constante.

La energía no posee dirección, es un escalar, ¿podemos extraer energía de la nada? Tesla creía que podía extraer energía del vacío (no del todo vacío), con líneas de campo de fuerza eléctrico o magnético. La energía es algo transformable en el cómo se presenta, sin embargo, independientemente de las interacciones de un sistema, la suma de la energía es constante porque las leyes físicas no cambian en el tiempo. La conservación de la energía es expresada como movimiento de rotación, temperatura o algo almacenado como un combustible que en una reacción libera su energía. La energía asociada al movimiento la física la llama energía cinética.

El trabajo realizado sobre un cuerpo a lo largo del camino que lo mueve en x_{1-0} , se convierte en energía cinética del cuerpo, K , la fuerza modifica la cantidad de movimiento, y la cantidad de movimiento depende de la masa que cambia con en velocidad. De modo que la energía cinética se puede expresar como:

$$W = \int_{x_0}^{x_1} F dx$$

$$F = \frac{d\rho}{dt}$$

El trabajo se transforma en energía cinética:

$$K = \int \frac{d\rho}{dt} dx$$

$$K = \int \frac{dx}{dt} d\rho$$

$$K = \int v d\rho$$

Si la cantidad de movimiento mecánico relativista es:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m\vec{v}$$

La cantidad de movimiento (ímpetu o momentum) es una cantidad de movimiento que depende de la masa y el cambio en la velocidad. Para el caso relativista se emplea el factor Lorentz.

Entonces:

$$\frac{dp}{dv} = m_0 \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$dp = m_0 \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} dv$$

$$K = \int m_0 \frac{v}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} dv$$

Integrando desde el reposo hasta que la fuerza deja de actuar:

$$K = \left. m_0 \frac{c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right|_0^{v_1}$$

$$K = m_0 \frac{c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - m_0 \frac{c^2}{\left(1 - \frac{0^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$K = m_0 \frac{c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - m_0 c^2$$

$$K = m_0 \gamma c^2 - m_0 c^2$$

Pero en baja velocidad $\lambda=1$.

$$K = mc^2 - m_0 c^2$$

Factorizamos:

$$K = (m - m_0)c^2 \quad \text{a)}$$

y como además conocemos que la energía cinética en reposo del cuerpo es la energía de la masa en reposo:

$$E_o = m_0c^2 \quad \text{b)}$$

Sumando energía cinética del cuerpo a) y la energía en reposo b): $K + E_o = A$ nos da la energía total del cuerpo y se define como:

$$E = mc^2$$

3.10 La termodinámica

Esta ecuación significa que la energía es una magnitud que se conserva, la masa del objeto es un potencial de energía, o que es posible crear nueva materia a partir de energía. Antes de esta ecuación nadie podría imaginarse que la energía se pudiera transformar en masa, la masa y la energía son manifestaciones de la misma cosa. El espacio y el tiempo los une Einstein al igual que la masa y la energía. $E = mc^2$ en esta ecuación, c es la velocidad de las partículas sin masa, como se especula para el fotón. Estas partículas de masa cero están obligadas a moverse en el universo a la velocidad límite cosmológica, la de la luz. Además, esta ecuación expresa que aún para partículas con masas muy pequeñas, como la velocidad de la luz es muy grande, se refiere a que masas muy pequeñas acumulan una energía gigantesca.

La historia del universo mismo es la de sistemas termodinámicos, regiones del espacio con frontera y volumen real o imaginario. Sistemas y fronteras gobernados por la ley de la conservación de la energía total del sistema aislado en un instante es igual a su energía total en cualquier otro instante. Las fronteras son ese contorno, membrana de intercambio de materia y energía. Si el sistema no intercambia energía ni materia con su entorno decimos que es aislado, si solo intercambia energía es cerrado y si lo hace para materia y energía es abierto. El sistema termodinámico es descrito en términos de variables de estado, y a su ecuación funcional de sus parámetros es llamada ecuación de estado, gobernadas por las leyes de la termodinámica:

Primera ley de la termodinámica: La energía no se crea ni se destruye, solo se transforma en sus diversas formas en que se presenta en el universo. Es decir, la energía se conserva, en cualquier combinación de funciones de estado es una función de estado (**entalpía**), es decir, depende de sus propiedades actuales o estado, no de cómo alcanzó ese estado. La energía total de un sistema cerrado en un instante es igual a la total en cualquier otro instante. Es decir, la energía de un sistema es su masa por el cuadrado de la velocidad de la luz $E=mc^2$. Lo mismo ocurre para la segunda ley de Newton, son igualdades que expresan conservación de energía en un sistema con movimientos térmicos aleatorios de partículas.

Segunda ley de la termodinámica: Cuando un sistema termodinámico en sus procesos espontáneos afirma una desigualdad, es una tendencia de desorden (entropía) del universo, aleatoriedad del sistema en grados crecientes de desorden. Los sistemas termodinámicos en general tienden a hacerse cada vez en su evolución futura de sus procesos dinámicos más y más aleatorios, menos y menos reversibles en el tiempo, es decir, un aumento de entropía con el paso del tiempo.

Las leyes de movimiento de Newton para una esfera de navidad que cae con una aceleración de gravedad g , nos describen como se comportan cada una de las partículas que forman la esfera en el tiempo, si regresamos el tiempo son perfectamente reversibles los efectos determinados por las ecuaciones de este movimiento. Esta idea de compatibilidad reversible newtoniana es incompatible con la segunda ley de la termodinámica que establece que las partículas de la esfera en su posibilidad realista evolucionen en el tiempo de manera cercana a grados mayores de aleatoriedad (de entropía), con lo que hace imposible hacer reversible cada estado del sistema. Esta idea nos dice que las partículas de la realidad se están desordenando con el paso del tiempo, disminuyendo la cantidad de información del sistema y creando una mayor entropía para el mismo. La biología genética es un sistema termodinámico que en apariencia contradice la segunda ley, por su aparente tendencia al orden de un código estable (información) que optimiza la adaptación de los seres vivos con su entorno, pero es el cáncer esa apariencia, es esa entropía que en un sentido es un mecanismo de dados aleatorios en la búsqueda de una mejor adaptación.

Si la entropía aumenta con el tiempo, en sentido inverso debe estar disminuyendo como algo simétrico, esta idea viola la segunda ley de la termodinámica que establece la irreversibilidad de la dinámica newtoniana, esta ley no es origen o consecuencia de las leyes dinámicas de Newton. Una manera de ver esta idea es reconocer a la entropía como la sumatoria de estados a partir de un estado original en que los estados son el recuento de posibilidades, de acuerdo con el físico Ludwig Boltzmann²³

$$S = k \ln W$$

S es la energía de un sistema calculada como entropía estadística, donde **k** es la constante de Boltzmann de $1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ (J W es Joules por Kelvin unidad de entropía) y **W** es el número de microestados. **W** son el número de formas en las cuales las partículas se pueden ordenar donde la energía total del sistema es constante, cada microestado es un instante en la distribución de las partículas. Por ello, la entropía es una medida de probabilidades de los diferentes órdenes de estado de las partículas. Son números muy grandes la entropía, para ello se emplea el logaritmo natural, un logaritmo natural es log de base 10

$$\log_{10}(AB) = \log_{10} A + \log_{10} B$$

El logaritmo nos dice que la entropía total de un sistema es la suma de las partes individuales del sistema como algo proporcional al logaritmo del número de maneras que puede configurarse en el estado del sistema.

Si distribuimos un grupo de **n** partículas en un espacio con fronteras y cada partícula para definir su posición se requiere de tres coordenadas **q**, decimos que el sistema es de tres dimensiones, es decir, de tres **grados de libertad**. Así que **3n** coordenadas configuran al sistema en un solo estado. Estos espacios geométricos no son un espacio-tiempo (4 dimensiones) es un espacio de fases **P**, que agrega dimensiones de movimiento como la del *momento* (masa por velocidad). Podemos decir que un sistema está referenciado por **q** coordenadas dentro de **P**. El espacio fase **P**, es un campo de curvas que describen la evolución futura de cada posición **q**.

Veamos un ejemplo de la aplicación de la primera ley de la termodinámica:

Si consideras un sistema cerrado como lo es un cilindro que presenta un émbolo al cual se le suministra 180 calorías y desarrolla un trabajo de 280 joules. Calcula la energía interna que presenta el sistema en mención:

Solución:

Datos

$$Q = 180\text{cal} = 753.13\text{J} \quad \Delta U = Q - W$$

$$W = 280\text{J} \quad \Delta U = 753.13\text{J} - 280\text{J}$$

$$\Delta U = ? \quad \Delta U = 473.13\text{J}$$

La primera ley de la termodinámica se aplica a todo proceso de la naturaleza que parte de un estado de equilibrio y termina en otro²⁴.

3.11 Trabajo

Para sistemas cerrados la energía se transfiere por medio de trabajo (**W**) y calor. El trabajo mecánico corresponde a la energía que produce al moverse con una fuerza aplicada en la dirección del desplazamiento por la magnitud de la distancia recorrida. Es decir, fuerza por distancia recorrida:

$$W = Fd$$

La energía transferida hacia un objeto o sistema, es el trabajo **W**, será positivo el trabajo si la energía sale del sistema, negativo para el caso que gana energía. Quiere decir que trabajo es **energía en transferencia**. No se confunda con la energía interna de un objeto, esta última está relacionada con la masa que contiene el cuerpo. El trabajo es energía disponible para ser convertida en otra forma. Las unidades son **N m = Joule**.

3.12 Cálculo de la energía cinética

El trabajo observado para una fuerza aplicada a un sistema de movimiento rectilíneo, es transferido como energía cinética K , expresada como

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Es una magnitud escalar que depende de la masa y su velocidad. El trabajo neto efectuado por la fuerza resultante, es igual al cambio ΔK de la energía cinética del objeto. Para velocidades V_0 inicial y V_1 final.

$$W_{neto} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

Ejemplo 1: Calcule el trabajo mecánico para una fuerza constante de 10 N y una distancia de 1 m.

Solución:

$$W = F \cdot d$$

$$W = (10N) \cdot (1m) = 10J$$

Ejemplo 2: Calcule el trabajo mecánico para una masa de 15 kg, acelerado a 2 m/s^2 una distancia de un metro.

Solución:

$$W = m \cdot a \cdot d$$

$$W = (10kg) \cdot (2m / s^2) \cdot (1m) = 20J$$

Ejemplo 3: Calcule la energía cinética para una masa de 20 kg con una velocidad de 1 m/s.

Solución:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K = \frac{1}{2}(20\text{kg})(10\text{m/s})^2 = 1\text{kJ}$$

Ejemplo 4: Calcule la energía cinética rotacional de un objeto con momento inercial de 10kgm^2 con velocidad angular de 3rad/s .

Solución:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$K = \frac{1}{2}(10\text{kgm}^2)(3\text{rad/s})^2 = 45\text{J}$$

El rozamiento se presenta cuando un objeto se mueve sobre su apoyo, es una fuerza que se crea con el contacto, esta fuerza de rozamiento o también llamada fuerza de fricción. La fuerza de rozamiento estático es

$$f = \mu_e F_n$$

Donde μ_e es el coeficiente de rozamiento estático, es un valor en función de las propiedades de las superficies en contacto, es la oposición al movimiento en estado de reposo de un cuerpo; F_n es la fuerza normal en la que aplica los efectos gravitatorios.

El coeficiente de rozamiento cinético μ_c depende de las propiedades de las superficies en contacto, es la resistencia cuando el objeto ya esté en movimiento.

$$f = \mu_c F_n$$

Ejemplo 5: Calcule la fuerza de rozamiento para un $\mu_e=0.6$ y una fuerza normal $F_n=10\text{N}$.

Solución:

$$f = \mu_e F_n$$

$$f = (0.6)(10N) = 6N$$

Ejemplo 6: Calcule la fuerza normal para un $\mu_c=0.4$ y una fuerza normal $F_n=6N$.

Solución:

$$f = \mu_c F_n$$

$$F_n = \frac{\mu_c}{f}$$

$$F_n = \frac{0.4}{6N} = 15N$$

3.13 Cálculo de la energía potencial

La energía debida a la posición de un cuerpo es la energía potencial o energía potencial gravitatoria. Es la energía en función de la configuración espacial de un sistema

$$U_p = mgh$$

Ejemplos:

1. En el laboratorio de química se encuentran anaqueles de 1.4 m de altura y 2 m de largo, en los cuales se ordenan alfabéticamente las sustancias químicas a utilizar durante una práctica. El frasco de 2 kg de hidróxido de sodio se encuentra en la parte más alta del anaquel. Determina la energía potencial que presenta dicho frasco, con respecto al piso.

Solución

$$m = 2\text{kg}$$

$$U_p = mgh$$

$$g = 9.8\text{m/s}^2$$

$$U_p = (2\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(1.4\text{m})$$

$$h = 1.4\text{m}$$

$$U_p = 27.44\text{J}$$

2. Sergio Armando Rodríguez con una masa de 105 kg y una estatura de 1.83 m es un fisiculturista que realiza ejercicios para fortalecer los bíceps, levantando una barra de 60 kg a una altura de 1.70 m. Determina el trabajo que realiza y la energía potencial que desarrolla durante el levantamiento de dicha barra.

Solución

$$T = Fd = wh = mgh$$

$$T = (105\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(1.7\text{m})$$

$$T = 1749.3\text{J}$$

$$U_p = mgh$$

$$U_p = (105\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(1.7\text{m})$$

$$U_p = 1749.3\text{J}$$

Es importante reconocer las aportaciones que se hicieron en cada uno de los momentos de la historia, como fue para el desarrollo de la época el calor, luz y métricas de energía, apoyaron la forma matemática de la energía, la exploración comienza con la óptica y la astronomía de Copérnico, la revolución científica inicia con el conocimiento milenario Chino, Islam e Indio, algunos genios tecnológicos y científicos visibles fueron Copérnico, Bacon, Leonardo da Vinci, Schwartz, Alberto el Grande, Alkhazan, entre otros más, en este periodo construyeron los cimientos de la termodinámica moderna. Durante la segunda época: se da la forma matemática de la energía, donde trabaja Borda en 1799 por el método del péndulo calcula la fuerza de aceleración de gravedad, hasta Henry Hess que enuncia que el calor desprendido en una reacción química no depende de las etapas en que se haya realizado el proceso. En la tercera época, el desarrollo termodinámico y relativista, Nicolás Leonard Sadi Carnot reconoce que no se puede producir trabajo sin un diferencial de dos fuentes, una fría y la otra caliente. En esta época la matemática es el rasgo distintivo en el desarrollo de la energía, las leyes de Newton con un espacio y tiempo invariante, son válidas en sistemas inerciales a velocidades muy bajas respecto a la velocidad de la luz c . El estudio complejo de las transformaciones de Galileo, de Lorentz, los postulados de la relatividad espacial, la dilatación del tiempo, la concentración del espacio, la

$E=mc^2$, la termodinámica y sus leyes, el trabajo, los diferentes tipos de energías, todo ello, nos ayuda a encontrar explicaciones más sencillas de cada una de las acciones que pueden ocurrir con algunos objetos estáticos o en movimiento, considerando las fuerzas de fricción que se puedan presentar.

3.14 La adición de velocidades en la relatividad

La invariancia de la velocidad de la luz tiene otra consecuencia interesante, a saber, que uno ya no puede simplemente añadir velocidades juntas para calcular las velocidades relativas en diferentes marcos de referencia de la manera que lo hicimos al principio de este texto. Piense en una de nuestras preguntas originales respecto al movimiento relativo, Fig. 3, en la que un niño lanzó un dardo fuera de una patineta en movimiento hacia el globo de una niña. En ese caso, nos dijo que la niña observó el dardo moverse a una velocidad que era la suma de las velocidades de la patineta en relación con la chica y el dardo en relación con el monopatín. Cuando las velocidades son una fracción apreciable de la velocidad de la luz, esta simple suma de velocidades se rompe.

Al final, tiene que ser así, o la velocidad de la luz no podría ser un límite de velocidad cósmica absoluta. Piense en esto: si usted está manejando en su coche a 60 km/h por la autopista y enciende las luces delanteras, viajan los rayos de luz en c , o c más 60 km / h? Ya sabemos que la respuesta debe ser c , pero eso no es del todo coherente con nuestras ideas habituales de movimiento relativo. Si no podemos simplemente añadir las velocidades juntas, ¿qué hacemos? ¿Hay una manera de combinar las velocidades relativas de tal manera que la velocidad de la luz sigue siendo una constante y un límite superior? Hay una manera matemática relativamente simple de lograr esto. Una vez más, vamos a obtener el resultado en el contexto de otro experimento mental y tratar de mostrar cómo usarlo.

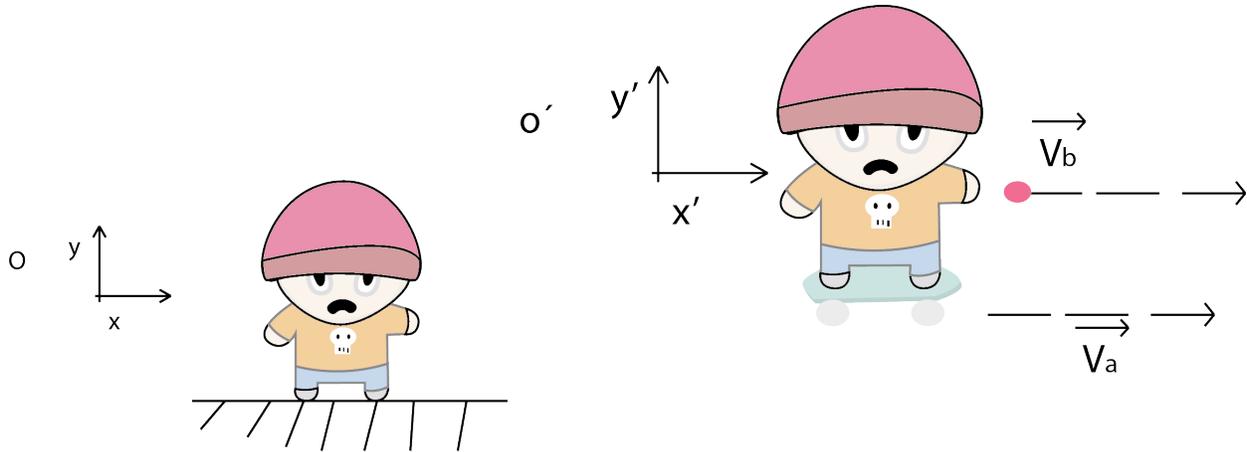


Fig. 3.6 Adición relativista.

El presente experimento mental es solo una variación del dardo lanzado desde la patineta, y se muestra en la Fig. 3.6. Un observador en el suelo (estático en \mathbf{O}) ve a una persona en un carro (marco \mathbf{O}') que se mueve a la velocidad \mathbf{v}_a , medida en el marco de referencia basado en tierra. La persona en el carro lanza una pelota a una velocidad \mathbf{v}_b' en relación con el carro, que se mide como \mathbf{v}_b en el marco basado en tierra.

El observador en tierra mide \mathbf{V}_A y \mathbf{V}_B , mientras que el observador en carrito a la velocidad del \mathbf{v}_a' y velocidad de la pelota como \mathbf{v}_b' . ¿Cómo nos relacionamos con las velocidades medidas en los diferentes marcos de \mathbf{O} y \mathbf{O}' , sin violar los principios de la relatividad que hemos investigado hasta ahora?

No podemos simplemente sumar y restar las velocidades como queremos, nuestro experimento mental considera la velocidad de la luz invariante. Entonces, ¿cómo le sumamos adecuadamente las velocidades? La velocidad es solo el desplazamiento por unidad de tiempo. Si calculamos el desplazamiento y el tiempo en un sistema de referencia, a continuación, transformamos al otro sistema de referencia, podemos dividirlos para encontrar correctamente la velocidad.

Vamos a empezar con la velocidad de la pelota, medida por el observador en el carro, \mathbf{v}_b' . El desplazamiento de la pelota con respecto a la patineta en algún tiempo t' después de que fuera

lanzada, también se midió en el marco \mathbf{O}' , es solo $\mathbf{x}_b' = \mathbf{v}_b' t'$. Esto es al punto por delante de la patineta, la pelota está después de algún tiempo \mathbf{t}_0 . Podemos sustituir esto en las ecuaciones encontradas para las transformaciones de Lorentz para averiguar lo del desplazamiento entre el observador en el suelo en \mathbf{O} , recordando que \mathbf{v}_a es la velocidad relativa de los observadores:

$$x_b = \lambda(x_b' + v_a t') = (v_b' + v_a t')$$

Pero ahora tenemos \mathbf{x} , el desplazamiento de la pelota visto desde \mathbf{O} , en términos de \mathbf{t}_0 , el tiempo medido en \mathbf{O}' . Si queremos encontrar la velocidad de la pelota, medida por un observador en \mathbf{O} , tenemos que dividir la distancia medida en \mathbf{O} por el tiempo medido en \mathbf{O}' . No podemos dividir la posición de una persona por el tiempo de otra persona, tenemos que transformar ambos. Así que debemos utilizar para el tiempo la transformación de Lorentz para averiguar lo que \mathbf{t} en \mathbf{t}_0 :

$$t = \lambda(t' + \frac{v_a x'}{c^2}) = \lambda(t' + \frac{v_a v_b' t'}{c^2})$$

Ahora tenemos el desplazamiento de la pelota \mathbf{x} y el tiempo \mathbf{t} medido por el observador en el suelo en \mathbf{O} . La velocidad en \mathbf{O} es simplemente la relación de \mathbf{x} a \mathbf{t} :

$$\begin{aligned} v_b &= \frac{x}{t} \\ &= \frac{\lambda(v_b' + v_a t')}{\lambda(t' + \frac{v_a v_b' t'}{c^2})} \\ &= \frac{v_b' + v_a}{1 + \frac{v_a v_b'}{c^2}} \end{aligned}$$

Para el último paso, nosotros dividimos $\lambda t'$. Por lo tanto, esta es la forma correcta de calcular la velocidad relativa de la pelota observada desde el piso, de acuerdo con nuestro marco de la relatividad.

La velocidad de la bola observada desde el suelo =

$$V_b = \frac{V_a + V_b'}{1 + \frac{V_a V_b'}{c^2}}$$

En el caso límite de que las velocidades son muy pequeñas en comparación con c , entonces es fácil ver que la expresión anterior se reduce a $V_b = V_a + V_b'$, la velocidad de la pelota medida desde el suelo, es la velocidad del vehículo en relación con el suelo, más la velocidad de la pelota con respecto al coche. Pero, esto solo es cierto cuando las velocidades son pequeñas comparadas con c . De igual manera, podríamos resolver esta ecuación para V_b' al relacionar la velocidad de la pelota, medida desde el coche a las velocidades medidas desde el suelo:

velocidad de la bola observada desde el carrito

$$V_b' = \frac{V_b + V_a}{1 - \frac{V_a V_b}{c^2}}$$

La ecuación anterior nos permite calcular la velocidad de la pelota como se observa desde el coche si solo tuviéramos mediciones en tierra. Una vez más, para velocidades bajas, recuperamos el resultado esperado $V_b' = V_b - V_a$. ¿Qué pasa con la velocidad del carro? No la necesitamos para transformarla, puesto que ya es la velocidad relativa entre los marcos de O y O' , y por lo tanto, entre el observador en tierra y el coche. Solo tenemos la fórmula suma de velocidades cuando un tercero está involucrado. Fuera de las tres velocidades pertinentes, solo necesitamos conocer dos de ellas.

Así que eso es todo. Esta sencilla fórmula es todo lo que se necesita para añadir correctamente velocidades y obedecer a los principios de la relatividad que hemos presentado. A continuación, ponemos esto en una fórmula un poco más general.

Suma relativista de velocidades:

$$v'_b = v_b - v_a$$

Tenemos un observador en un marco de \mathbf{O} , y un segundo observador en otro marco \mathbf{O}' que se están moviendo con respecto al otro a una velocidad \mathbf{v} . Ambos observadores miden la velocidad de otro objeto en sus propios marcos (v_{obj} y v'_{obj}). Podemos relacionar las velocidades medidas en los diferentes marcos como sigue:

$$v_{obj} = \frac{v + v'_{obj}}{1 + \frac{v v'_{obj}}{c^2}}$$

$$v'_{obj} = \frac{v_{obj} - v}{1 - \frac{v v_{obj}}{c^2}}$$

Una vez más, v_{obj} es la velocidad del objeto medido desde el marco de referencia \mathbf{O} , y v'_{obj} es su velocidad medida a partir del marco de referencia \mathbf{O}' .

¿Velocidades mayores que \mathbf{c} ? La fórmula, además de la velocidad, indica que no se puede acelerar algo más allá de la velocidad de la luz. No importa lo que las velocidades subluminal se agreguen juntas, el resultado siempre es menor que \mathbf{c} . ¡Pruébalo!, nuestras ecuaciones relativistas para el impulso y la energía reforzará esta posición. Recuerde, \mathbf{c} no es solo la velocidad de la luz, es una limitación de velocidad para todo objeto.

3.15 Intervalos de espacio-tiempo

Lo que hemos establecido hasta ahora es un marco para describir los acontecimientos físicos que tienen lugar en un mundo relativista. Cuando consideramos un evento que tendrá lugar entre dos marcos de referencia, debemos considerar cuidadosamente la posición y el tiempo de ambos y al observador. El hecho de que la luz viaja a una velocidad finita de \mathbf{c} significa que la influencia de un evento en un punto en el espacio, solo se puede observar en otro lugar después de un retardo

que corresponde al tiempo que tarda la luz para cubrir el evento con distancia que separa al observador. En esencia, esto significa que debemos tratar separaciones espaciales y temporales en igualdad de condiciones, o considerar el espacio y el tiempo para vincularse como parte de una estructura mayor que llamamos el espacio-tiempo, que no es más que una cantidad que describe tanto la posición de coordenadas y tiempo de un evento en particular en forma de 4 dimensiones. Una vez más, podemos proceder más simplemente a modo de ejemplo.

Considere dos observadores en sus propios marcos de referencia \mathbf{O} y \mathbf{O}' , que están en movimiento relativo a velocidad constante \mathbf{v} . En un momento $\mathbf{t} = \mathbf{t}' = \mathbf{0}$, los orígenes de \mathbf{O} y \mathbf{O}' coinciden, y exactamente en ese momento, un pulso de luz se emite desde el origen común. Nuestra pregunta ahora es, ¿cómo hacen los dos observadores para describir ese pulso de luz que se mueve desde el origen? El observador en \mathbf{O} diría que después de un tiempo \mathbf{t} el pulso de luz está en una posición (x, y, z) y ha cubierto una distancia:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = c\Delta t$$

El observador en \mathbf{O}' , por otro lado, diría que el pulso de luz está en la posición (x', y', z') después del tiempo $\Delta t'$, después de haber cubierto una distancia:

$$r' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} = c\Delta t'$$

Esto no es nada nuevo, simplemente exponiendo nuestra conclusión de que el tiempo y la distancia transcurridos son cantidades relativas. Sin embargo, lo que nos damos cuenta de lo anterior es que los dos observadores estarían de acuerdo en la diferencia entre la distancia recorrida y el intervalo de tiempo. En concreto, podemos construir lo que se llama el intervalo s espacio-tiempo, que combina la distancia recorrida con el intervalo de tiempo, y resulta en una cantidad que todos los observadores pueden ponerse de acuerdo en:

$$s^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2\Delta t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2\Delta t^2 = 0$$

En este caso particular, teniendo en cuenta el movimiento de un pulso de luz, el intervalo de espacio-tiempo es cero, debido a la distancia espacial entre los dos eventos (la emisión del pulso

de luz y su observación posterior) se equilibra exactamente por el tiempo entre los dos eventos. Esto siempre es cierto para el movimiento de la luz, el intervalo espacio-tiempo es siempre cero. En términos generales, el intervalo de espacio-tiempo describe tanto la separación espacial y temporal entre los eventos, y su definición es simple:

Intervalos de espacio-tiempo:

El intervalo s entre dos eventos se define como

$$s^2 = \Delta r^2 - c^2 \Delta t^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 \Delta t^2$$

Aquí c es la velocidad de la luz, Δt las diferencias en el tiempo coordinado entre los eventos, y Δr es la separación espacial entre los dos eventos. El intervalo de espacio-tiempo es independiente de cualquier observador, es decir, todos los observadores pueden ponerse de acuerdo.

En esencia, el intervalo espacio-tiempo es la cantidad en la que todos los observadores pueden estar de acuerdo, y sustituye a nuestras cotidianas mediciones separadas de los intervalos de tiempo y espacio. En geometría normal, diríamos que las longitudes se dejan invariantes por rotaciones o traducción, una regla de un metro es todavía un metro de largo, si hacemos girar alrededor o movemos a través del cuarto. Sabemos que esto no es cierto en la relatividad, debido a la contracción de longitud y la dilatación del tiempo, pero la construcción del intervalo de espacio-tiempo nos permite recuperar una cantidad análoga, una que se conserva no solo en virtud de traslación y rotación, sino entre todos los marcos de referencia. A pesar de que dos observadores pueden no estar de acuerdo en la separación espacial entre los eventos o su intervalo de tiempo, pero siempre se ponen de acuerdo en el intervalo de espacio-tiempo. Al igual que con nuestras discusiones sobre la simultaneidad, el punto esencial es que una cantidad que un observador puede medir con un metro, debe ser medida por los dos observadores y por otro reloj. Un punto más sutil a destacar es que en las expresiones anteriores entran en la ecuación de la misma manera que para el espacio, salvo un cambio de signo. Este es otro indicio de que el tiempo en la relatividad y el espacio han de ser tratados en igualdad de condiciones, y son de igual importancia.

3.16 Diagramas de Minlowski: visualización de espacio tiempo

En mecánica, una de las primeras cosas que solía hacer para captar una nueva situación era dibujar una figura esquemática de un tiempo. En el caso de la cinemática, esto a menudo significa que se bosqueja el camino que sigue una partícula como una función del tiempo y el espacio, o posición de trazado en función del tiempo. Por ejemplo, podríamos dibujar una parábola para la posición de una pelota lanzada como una función del tiempo. En este caso, las coordenadas verticales y horizontales nos dan la posición de la bola, la pendiente de la curva en un punto dado nos da la velocidad de la partícula. Implícitamente, la mayoría de nuestros diagramas fusionaron las coordenadas de espacio y tiempo de movimiento en un solo diagrama.

Intervalos de espacio-tiempo se pueden captar más fácilmente de una manera similar, aunque probablemente por razones históricas la construcción análoga es algo incómoda al principio. El intervalo de espacio-tiempo se representa gráficamente con la posición de una partícula en el eje horizontal y el tiempo en el eje vertical, lo que hace inherentemente una discusión de movimiento unidimensional, típicamente. La coordenada de tiempo se mide en unidades de ct , o en otras palabras, la distancia que la luz viaja en una unidad de tiempo dada y el espacio de coordenadas en las mismas unidades de distancia. Esta elección de las unidades tiene la ventaja conceptual, que la velocidad está simplemente representada por 45° lineales. Cualquier cosa que viaja con $v < c$ tiene una pendiente mayor, menor distancia recorrida que la luz en la misma unidad de tiempo. Teniendo en cuenta los ejes "atrasados" con los que trabajamos en estos diagramas, conocidos como diagramas de Minkowski, la velocidad de una partícula en realidad es la inversa de la pendiente, no la pendiente, por lo que las líneas de mayor pendiente corresponden a los objetos más lentos. La trayectoria de la partícula en uno de estos diagramas se llama línea del mundo.

Tal vez esto es más fácil de entender con un ejemplo. A continuación en la Figura 3.7 representamos gráficamente un diagrama de Minkowski que incluye el movimiento de un fotón (partícula de luz), un cohete, y una partícula en reposo.

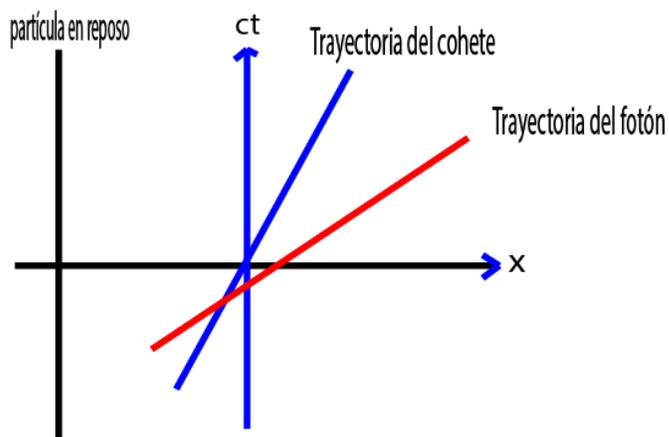


Fig. 3.7 Un diagrama espacio-tiempo que muestra el movimiento de un fotón (una partícula de luz), un cohete, y una partícula en reposo.

La partícula en reposo tiene posición constante para todos los tiempos, y es por tanto una línea vertical. El fotón viaja a la velocidad de la luz, por lo que $t = x / c$, o $ct = x$. El cohete viaja a menos de la velocidad de la luz, y por lo tanto, cubre menos distancia en el mismo tiempo que el fotón, por lo que su pendiente es correspondientemente más grande. La pendiente de una línea temporal para un objeto es c / v , inversamente proporcional a su velocidad. Supongamos que queremos describir su línea temporal. Usted comienza desde el origen en el tiempo $t = 0$. Puesto que usted debe viajar a menos de la velocidad de la luz, su línea del mundo debe tener una pendiente mayor que uno: el movimiento para aumentar t estará restringida a la región triangular entre las líneas $ct = x$ y $ct = -x$. Podemos referirnos a esta región triangular como su futuro, ya que corresponde al emplazamiento de todos los puntos posibles que podría alcanzar. Del mismo modo, la región triangular correspondiente debajo del eje horizontal para tiempos anteriores ($t < 0$) son los puntos que podría haber estado en tu pasado.

Puntos fuera de la región triangular requieren volver a superar la velocidad de la luz, y por lo tanto, están separados de usted por un intervalo espacial: no se puede llegar a todos los puntos. Puntos que se encuentran dentro de la región triangular son así separados de usted por una región de tiempo similar, ya que podría llegar a ellos por que viaja a cierta velocidad menor que c . Esencialmente, su pasado y el futuro solo pueden ser influenciados por los intervalos de espacio-tiempo dentro de estos dos triángulos definidos por las dos posibles trayectorias de luz. Por

supuesto, se trata de una dimensión. La ampliación de este movimiento a dos dimensiones, las líneas se aparecen en forma de conos, y se refieren generalmente como conos de luz.

Solo los eventos dentro de su cono de luz pueden influir en su pasado o el futuro, y no hay velocidad alcanzable para que puedan moverse fuera de su cono de luz. Su cono de luz es la región del espacio-tiempo a su disposición. El llamado cono de luz hacia delante, que se extiende por encima del eje horizontal, es su posible futuro, mientras que el cono de luz hacia atrás debe contener su pasado (o posibles pasados). Nosotros ilustramos estas ideas básicas de la Figura 3.8. La extensión de la descripción a cuatro dimensiones en el espacio, escapa de nuestro poder visual, ya que esto requeriría cuatro ejes: tres para el espacio, y otro para el tiempo. Mientras la matemática funciona perfectamente bien en cuatro dimensiones, las imágenes no lo hacen. . .

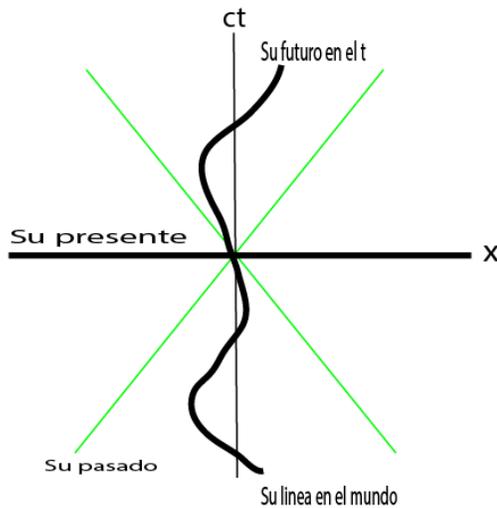


Fig. 3.8 Su pasado y el futuro en un diagrama espacio-tiempo.

¿Qué más podemos hacer con esto? Digamos que tenemos dos eventos en dos tiempos y lugares diferentes. En primer lugar, ¿cómo debemos anotar esto? Dado que las coordenadas temporales y espaciales son de igual importancia en la relatividad, es común simular que el tiempo simplemente es otra coordenada. Por ejemplo, en el espacio tridimensional, podemos hacer referencia a la posición de un objeto por sus coordenadas cartesianas (x,y,z). En la relatividad, simplemente hacemos del tiempo otra coordenada, con dos distinciones especiales.

En primer lugar, multiplicamos el tiempo por c para hacer que viaje la luz a distancia en el tiempo dado t , que mantiene las unidades coherentes y nos da una "escala de medida" natural para longitudes. En segundo lugar, el signo de la coordenada de tiempo es negativo, de acuerdo con nuestra definición del intervalo de espacio-tiempo dada anteriormente. Por lo tanto, en la relatividad un evento que ocurre en las coordenadas espaciales (x, y, z) en el tiempo t se escribiría como $(-ct, x, y, z)$.

Esto se parece a una posición normal, o la definición de un vector en cuatro dimensiones en lugar de las tres habituales, lo que llevó el apodo de cuatro vector. Cuatro vector suena raro en matemática, pero en realidad es solo el tiempo en la formación de grumos y coordenadas de espacio juntos, con un factor de c para mantener las unidades y un factor de -1 para reflejar algo diferente en la naturaleza del tiempo en comparación con el espacio. Es por eso que a menudo se oyen términos como "espacio-tiempo de cuatro dimensiones" y así sucesivamente, lo que en realidad solo significa tres dimensiones espaciales más una coordenada de tiempo. Sin embargo, no hay que olvidar: el tiempo y el espacio claramente no son la misma cosa, no importa lo que la divulgación científica le puede decir. El factor $-c$ está siempre allí para recordarle este aspecto de la realidad.

3.17 Momento, masa y energía relativistas

Hasta el momento, los sencillos principios de la relatividad han tenido enormes consecuencias. En nuestras nociones básicas de tiempo, la posición, e incluso simultaneidad, todo lo necesario fue modificado. Si la posición y el tiempo deben ser alterados, entonces es lógico pensar que la velocidad -el cambio de posición con el tiempo- también debe ser alterada. Efectivamente, la fórmula de la suma de velocidades también fue un cambio necesario. ¿Y ahora qué? Si nuestras nociones de velocidad relativa necesitan ser alteradas, lo siguiente debe ser sin duda el impulso y la energía cinética. Pues resulta que, incluso nuestro concepto de masa necesita ser ajustado un poco.

Momento relativista

En primer lugar, vamos a considerar el impulso. Clásicamente, definimos impulso en términos de masa por velocidad, $\vec{p} = m\vec{v}$. Un principio básico de la mecánica clásica que ha aprendido es que el impulso debe ser conservado, no importa qué suceda. ¿Qué pasa en la relatividad? En la relatividad, exactamente \vec{v} depende del marco de referencia en el que se mide. Eso significa que nuestra definición usual de impulso anterior depende del marco de referencia también. Pero hay algo peor. Usando nuestro simple $\vec{p} = m\vec{v}$, no solo haría que la cantidad total de impulso dependiera de la elección del sistema de referencia, la conservación del momento en un marco no sería necesariamente lo que es para otro. ¿Cómo puede una ley fundamental de conservación depender del marco de referencia? No puede, este es uno de nuestros principios básicos de la relatividad, es decir, las leyes de la física son las mismas para todos los marcos no acelerados de referencia. Nosotros debemos tener la conservación del momento, independientemente del marco en el cual se mide el impulso para nosotros. ¿Cómo construimos una nueva ecuación para el momento, para el cual la conservación del momento es siempre válida, pero en bajas velocidades se reduce a nuestro familiarizado $\vec{p} = m\vec{v}$? La respuesta es que tenemos que ser un poco más cuidadosos con nuestra definición de velocidad. La velocidad es un cambio de posición con respecto al tiempo, pero ¿qué posición, y qué tiempo? De nuestra discusión anterior, el intervalo de espacio-tiempo representa la "distancia" invariante con las que todos los observadores pueden estar de acuerdo, y en consecuencia, el tiempo apropiado. ¿Simplemente dividimos estas dos cantidades para obtener la velocidad correcta? No del todo: recuerde que la contracción de las distancias en realidad era solo la dilatación del tiempo con otro disfraz, y por lo tanto, es el paso del tiempo del que necesitamos preocuparnos. Lo que nos interesa es la distancia que se cubre por unidad de tiempo adecuado.

Piénselo de esta manera: si va a viajar a una ciudad lejana de su ciudad natal, se puede determinar con fiabilidad la distancia a la ciudad lejana, ya que, presumiblemente, las ciudades no están en movimiento relativo. Su cantidad de interés es entonces la cantidad de tiempo adecuada que transcurre durante su viaje: la distancia seguirá siendo la misma, pero al viajar más rápido el viaje parece más corto, y cuanto mayor sea su velocidad aparente si se limitó a señalar el momento adecuado en el inicio y el final del viaje. Una velocidad relativista correcta es entonces la distancia que cubre dividida por el tiempo adecuado, que solo significa un factor λ adicional,

ya que no hay separación de qué preocuparse cuando usted es el único observador ($\Delta r = 0$). Si llamamos a la velocidad adecuada η , y la velocidad "normal" en relación con la ciudad v lejana,

su velocidad "normal" es solo la distancia recorrida dividida por el tiempo, se mide con $\frac{\Delta x}{\Delta t}$. Por lo tanto,

$$V_{apropiada} = \eta = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t_p / \lambda} = \lambda \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lambda v$$

El resultado no es sorprendente: solo tenemos que transformar la velocidad de la misma manera que transformamos la posición, y tenemos una definición de velocidad que es consistente con nuestras nociones de la relatividad. Momento se puede definir correctamente de la forma habitual, en términos de masa de un cuerpo y su velocidad adecuada:

$$\text{Momento relativista} = \vec{p} = m\eta = \lambda m \vec{v}$$

Una derivación completa de desarrollo matemático está un poco más allá del alcance de nuestra discusión, pero la definición de impulso de esta manera hace que sea independiente de la elección de marco de referencia, y restaura la conservación del momento como una ley física fundamental. Para velocidades bajas ($v \ll c$), $\lambda \approx 1$, y esto reduce el resultado al modo clásico. Para velocidades cercanas a c , el impulso crece mucho más rápidamente de lo que esperaríamos. De hecho, un objeto que viaja a c requeriría impulso infinito (y la energía cinética, por lo tanto infinita), claramente un absurdo. **Esta es una buena razón por lo que nada con masa finita nunca podrá viajar a la velocidad de la luz**, solo la luz misma, tendremos que ser un fotón de masa igual a cero, así se puede viajar a la velocidad de la luz.

Energía relativista

La corrección relativista de impulso fue sencilla, dado que la energía cinética depende del momento de un objeto (se puede escribir $KE = p^2/2m$ donde p es el momento lineal mv), uno

esperaría que también sea sencillo, sin embargo, lo sentimos pero esto no lo es. En primer lugar, tenemos que pensar en lo que queremos decir con la energía.

En la mecánica clásica, para una masa en un punto en movimiento lineal (es decir, no giratoria), la energía cinética simplemente va a cero cuando el cuerpo se detiene,

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 = p^2 / 2m$$

Para un cuerpo arbitrario, sin embargo, el resultado no es tan simple. Si un objeto compuesto contiene múltiples partes moviéndose de forma independiente (como los átomos individuales que constituyen la materia, por ejemplo), las entidades individuales pueden interactuar entre sí y moverse, y el objeto posee energía interna E_i , así como la energía cinética debido al movimiento de toda la masa. En general, clásicamente la energía cinética de un cuerpo de este tipo es la suma de estas dos energías, la energía debido al movimiento del objeto y la energía debido al movimiento de los constituyentes del objeto:

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 + E_i$$

Cualquier cuerpo en movimiento más complejo que un solo punto de masa tiene una contribución debido a su energía interna. En la relatividad, la energía cinética todavía depende del movimiento de un cuerpo en su conjunto, así como su contenido interior de la energía. Al igual que con el impulso, la conservación de la energía requiere que la energía de un cuerpo sea independiente de la elección de marco de referencia, la energía total de un cuerpo no puede depender del marco inercial en la que se mide. La energía total cinética más la interna debe ser la misma en todos los marcos de referencia. Un análisis matemático requiere algo más de complejidad de lo que quisiéramos, pero el resultado es simple y lo exponemos así:

Energía relativista de un cuerpo en movimiento es:

$$E = \gamma mc^2$$

Esta ecuación nos dice que el contenido de energía de un cuerpo crece rápidamente a medida que se acerca v a c , y al llegar a la velocidad de la luz se requeriría que un cuerpo tenga energía infinita. Lo que es más interesante, sin embargo, es cuando la velocidad del cuerpo es cero, es

decir, $\gamma = 1$. En este caso, $E = mc^2$, el cuerpo tiene energía finita, incluso cuando no está en movimiento. Esta es la más famosa ecuación de Einstein, y representa la equivalencia fundamental de masa y energía. Cualquier objeto tiene una energía intrínseca, interna asociada con ella en virtud de tener masa. Esta energía constante se llama la energía en reposo:

$$E_R = mc^2$$

Como el propio Einstein dijo, "masa y energía, por tanto, son esencialmente iguales; que solo son expresiones diferentes para la misma cosa"²⁵ " La materia es básicamente una forma extremadamente densa de energía, es convertible en energía y viceversa. De hecho, el contenido de energía en reposo de la materia es enorme, debido a la enormidad de c^2 , un gramo de materia normal corresponde a aproximadamente 9×10^{13} J, el mismo contenido de energía de 21 ktons de TNT. Es la conversión de materia en energía la que es responsable de la enorme producción de energía de las reacciones nucleares, presentes en la energía del sol.

La equivalencia de la materia y la energía, o, si se quiere, la presencia de una energía interna se debe únicamente al contenido de materia de un cuerpo, es una consecuencia inesperada de la relatividad. Pero todavía no hemos determinado la energía cinética real de un objeto relativista. Una vez más, la derivación es algo laboriosa, pero el resultado es bastante fácil de entender. Si

tomamos la energía total de un objeto, $E = \gamma mc^2$, y se resta la energía en reposo,

$E_R = mc^2$, lo que nos queda es la parte de la energía de un cuerpo que depende únicamente de la velocidad. Esta es la energía cinética que estamos buscando, y significa la energía total de un cuerpo, es la suma de reposo y energías cinéticas:

$$KE = (\gamma - 1)mc^2$$

$$E_{Total=KE+E_R} \quad \text{Energía cinética relativista.}$$

Masa relativista

Sobre lo único que no hemos modificado con la relatividad hasta aquí, es masa. La mayoría de las interpretaciones modernas de la relatividad consideran a la masa una cantidad invariante, se mide correctamente cuando el cuerpo está en reposo (o medido dentro de su propio marco de referencia). Esta masa en reposo de un objeto en su propio marco de referencia se llama masa invariante o masa en reposo, y es una cantidad independiente del observador sinónimo de nuestra definición usual de "masa". En estos días, nos dicen que mientras el impulso de un cuerpo debe ser el mismo en todos los marcos de referencia, y por lo tanto debe ser transformado, la masa de un cuerpo es una constante, y se mide en el propio marco de referencia del cuerpo. Masa en reposo es en cierto sentido simplemente la suma del número de átomos en un objeto, algo que en realidad solo lo hacemos en el marco de referencia del objeto. Si estamos midiendo un objeto en otro marco de referencia, por lo general al estar midiendo su impulso o energía cinética, no contamos el número de átomos que contiene. Así, ya hemos transformado impulso y la energía cinética, y la masa simplemente se dice que es una propiedad de un objeto medido en su propio marco de referencia.

URL:

http://faculty.mint.ua.edu/~pleclair/ph102/Notes/older/electrostatics_only.pdf

<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/electrostatics/>

<http://elsanturariodelaelectronica.webnode.es/componentes-de-la-electronica/generador/>

<http://www.physicsclassroom.com/class/estatics/Lesson-3/Coulomb-s-Law>

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/electric/elefor.html>

<http://physics.info/charge/>

<http://farside.ph.utexas.edu/teaching/em/lectures/node28.html>

<http://www.numericana.com/answer/maxwell.htm>

<http://faculty.mint.ua.edu/~pleclair/Arduino/>

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/relativ/releng.html>

Referencias

¹ Iliffe, Robert (2014) The Newton project. Universidad of Sussex. Consulta: 12 de marzo de 2014, de <http://www.newtonproject.sussex.ac.uk/prism.php?id=20>

² Iliffe, Robert. "Sir Isaac Newton". The Literary Encyclopedia. First published 14 May 2005 Consulta: 12 de marzo de 2014, de <http://www.litencyc.com/php/speople.php?rec=true&UID=3331>

³ Newton papers. Cambridge digital library. Consulta: 12 de marzo de 2014, de <http://cudl.lib.cam.ac.uk/collections/newton>

⁴ Ripley, George (1655) The Marrow of Alchemy. Eirenaeus Philoponos Philalethes Consulta: 12 de marzo de 2014, de <http://es.scribd.com/doc/139913205/THE-MARROW-OF-ALCHEMY-BY-PHILALETHES>

⁵ Early Papers Isaac Newton <http://cudl.lib.cam.ac.uk/view/MS-ADD-03958/157>

⁶ Isaac Newton(c 1665 - c 1672) The Lawes of Motion MS Add. 3958.5, ff. 81r-83v, Cambridge University Library, Cambridge, UK

⁷ Clifford A. Pickover (2008) De Arquímedes a Hawking. Barcelona: Crítica

⁸ Isaac Newton Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. (Cambridge: 1713) <http://www.newtonproject.sussex.ac.uk/catalogue/record/NATP00072>

⁹ Arrayas Manuel (2007) Electromagnetismo, circuitos y semiconductores. Dykinson [Google Book](#)

¹⁰ Hawking Stephen (2010) A hombros de gigantes. Barcelona: Crítica

¹¹ Winston Manrique Sabogal (2014) Vargas Llosa de vida y libros. Cultura El País. Consulta: 27 de Marzo de 2014, de http://cultura.elpais.com/cultura/2014/03/26/actualidad/1395867335_520237.html

- ¹² Penrose Roger (2010) Ciclos del tiempo. Barcelona: DEBATE
- ¹³ Marcos Pitanga (2004) Construindo supercomputadores com Linux. Brasil: Brasport
- ¹⁴ Hawking Stephen (2010) A hombros de gigante. Barcelona: Crítica
- ¹⁵ Einstein, Albert (2015) Relatividad: the especial and general theory: 100Th anniversary edition. Oxford: Oxford University Press.
- ¹⁶ <http://www.abc.es/20120621/ciencia/abci-cern-podria-anunciar-boson-201206211011.html>
- ¹⁷ <http://denonwunderkammer.blogspot.mx/2010/08/laboratorio-de-alquimista.html>
- ¹⁸ Mike Hockney (2014) The Mathematical Universe. Hyperrealty Book
- ¹⁹ Nikos Drakos. Tensor and Relativiy. [en línea]<http://www.mth.uct.ac.za/omei/gr/chap1/node1.html>
[consulta: 3 de septiembre de 2005]
- ²⁰ Newton papers. Cambridge digital library. Consulta: 12 de marzo de 2014, de <http://cudl.lib.cam.ac.uk/collections/newton>
- ²¹ Alonso Sepúlveda S. (2011) Geometría de Minkowski. Universidad de Antioquia: Medellín. Consulta: 10 de junio de 2014, de <http://barlai.udea.edu.co/pdfs/divulgacion/docs-Alonso/Fichero.%20Minkowski.pdf>
- ²² Michio Kaku (2009) Física de lo imposible. Barcelona: DEBATE
- ²³ Blackmore John (1995) Ludwig Boltzmann his later life and philosophy 1900-1906 Netherlands: Kluwer
[Google Book](#)
- ²⁴ Diaz Hernandez, Manuel & et. al.(2006). Física 3.México.Umbral. Recuperado 1 de julio de 2014 de http://books.google.com.mx/books?id=gLX6_xbotgsC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false
- ²⁵ A. Einstein (2014). *The meaning of relativity*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press